連続構造の最適化について

八戸工業大学　正会員　長谷川　明

1．はじめに

連続構造の形状最適化については多くの研究がなされているが，本論は連続構造の形状最適化が骨組構造の最適部材配置に結びつくものと考え，2，3の検討を行なったものである。

2．最適化手法

使用した方法は，特に数理計画的な手法を用いないもので有限要素法によって得られる各要素の主応力から相当応力$\bar{\sigma}_i$を求め，これを基準となる相当応力（基準応力$\bar{\sigma}_0$）に近ずける試行を繰り返す方法[1),2)]である。この方法の流れ図をＦｉｇ１に示す。

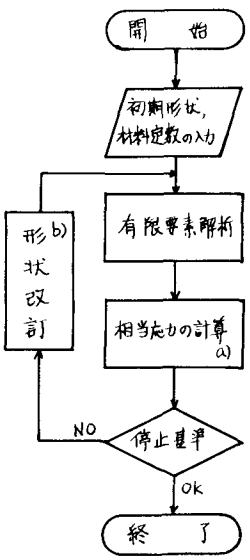

Fig 1 流れ図

ａ）相当応力$\bar{\sigma}_i$について

要素の相当応力$\bar{\sigma}_i$を有限要素解析で得られる主応力を使って，金属材料に合うＶｏｎ　Ｍｉｓｅｓの降伏条件から次式によって求めた。

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right\}}^{1/2} \qquad (1)$$

ここて，σ_1，σ_2，σ_3は要素iの主応力である。

ｂ）形状改訂について

形状最適化は各節点の座標x_j，y_jを次式によって改訂する。

$$x_j' = \eta(x_j - x_m) + x_m \quad , \quad y_j' = \eta(y_j - y_m) + y_m \qquad (2)$$

添字′は改訂後を意味し，（x_m，y_m）は要素の図心位置，ηは拡大，縮小率である。

この時，要素の面積A_iは

$$A_i' = \eta^2 A_i \qquad (3)$$

となり，また，$\mathbb{D}$を応力ひずみマトリックス，$\mathbb{B}$を変位ひずみマトリックス，σ_i，Δ_iをそれぞれ応力ベクトル，変位ベクトルとすると，$\sigma_i = \mathbb{D}\cdot\mathbb{B}\cdot\Delta_i$から$\sigma_i' = \mathbb{D}'\mathbb{B}'\Delta_i'$となる。ここて$\mathbb{D}' = \mathbb{D}$であり，$\mathbb{B}' = 1/\eta\,\mathbb{B}$と計算され，さらに$\Delta_i' \doteqdot \Delta_i$と考えると

$$\sigma_i' \doteqdot \mathbb{D}\cdot 1/\eta\cdot\mathbb{B}\cdot\Delta_i = 1/\eta\cdot\sigma_i \qquad (4)$$

となる。そこて$\bar{\sigma}_i \doteqdot \bar{\sigma}_0$（基準応力）とするためには，$\eta = \bar{\sigma}_i/\bar{\sigma}_0$とすればよいことになる。この（2）式による作業を各要素に対して行なうと節点をとり囲む要素からそれぞれ異なる新しい節点位置が求まる。このため，これらの新しい節点位置の平均値を改訂された座標として試行を繰り返す。なお，節点によっては，座標が固定されているものもあり，これらに対しては，座標の改訂は行なわない。

3．計算モデル

計算モデルをＦｉｇ２に示す。四方をヒンジて支持された連続構造が等分布荷重を受けている平面ひずみ問題である。寸法は高さ４０ｍ幅１００ｍで奥行１ｍとし，材料定数はヤング率$E = 2.1\times10^6\ kg/cm^2$，ポアソン比$\nu = 0.3$とした。また荷重は$1\ t/m^2$としており対称性から左半分を解析した。さらにＦｉｇ２て●印節点はx，y方向とも○印節点はx方向だけ節点座標の移動を不可とした。前者は支持点あるいは荷重点のため，後者は対称性のためてある。

4．結果

Ｆｉｇ３に$\bar{\sigma}_0 = 20$の時，試行回数１，５，１０および３０回目に得られた形状を描いた。試行回数を重ねるにつれ，相当応力の低い要素の面積が減少し，これに伴い全面積が少なくなっていることかわかる。

Ｆｉｇ４　ａ），ｂ）は，それぞれ$\bar{\sigma}_0$=20, 0.5とした時の１０回目の試行で得られた各要素の形状変化を示したものである。改訂前の平均相当応力は0.15であり，$\bar{\sigma}_0$=20は大きく離れているためｂ）に比べてａ）のように急激な形状変更を見せた。また，比較的相当応力の高いヒンジ周辺の要素の形状に違いが見られた。

Ｆｉｇ５は$\bar{\sigma}_0$=0.5の時の試行回数に伴う面積と相当応力の変化を図示したものである。面積は，全面積Ａ，任意に選んだ要素１の面積A_1，要素４０の面積A_{40}（位置はＦｉｇ２に示す）をそれぞれの初期値A_0との比で示している。また，相当応力は，全要素の相当応力の単純平均，要素１，40の相当応力$\bar{\sigma}_1$，$\bar{\sigma}_{40}$をそれぞれ基準応力$\bar{\sigma}_0$=0.5との比で示している。これによると全面積は１５回の試行で初期に比べ３５%少なくなり，この時，平均相当応力は４０%基準応力に近ずいている。しかし所定の値に対しては４２%に過ぎない。要素１は初期値ですでに基準応力に近いため，あまり変動せず，これに対し，要素４０は全面積あるいは平均相当応力と同様の変化を示した。

５．まとめ

形状最適化はわずかながら進められたが１）平均相当応力の改善が遅い，２）試行を繰り返すにつれ，要素面積がばらつき，要素形状がいびつになる，３）節点移動に関しχ_jによる$\bar{\sigma}_i$の変化率が考慮されているか，等問題がある。今後，これらを検討し研究を進めたいと考えている。なお計算には東北大学大型計算機センターを利用した。

〈参考文献〉

1) 尾田十八，有限要素法による強度的最適設計の研究，日本機械学会講演論文集，７４０－２，１９７４

2) 守屋種修，構造物の形状の最適化に関する研究，東北大学大学院修士論文，１９７６

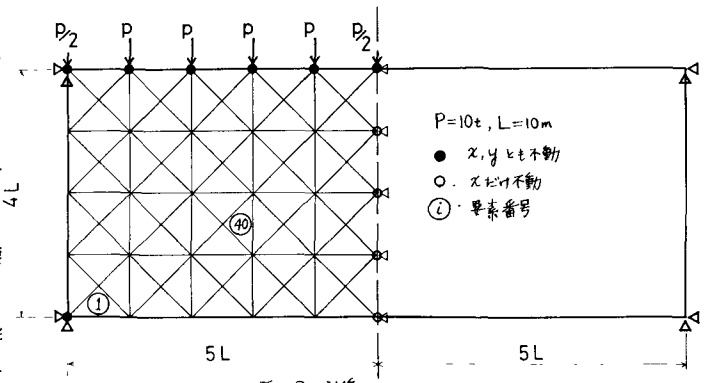

Fig 2　計算モデル

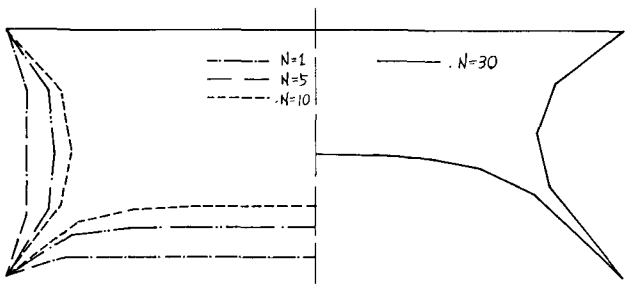

Fig 3　形状改訂の状況（$\bar{\sigma}_0$=20, N 試行回数）

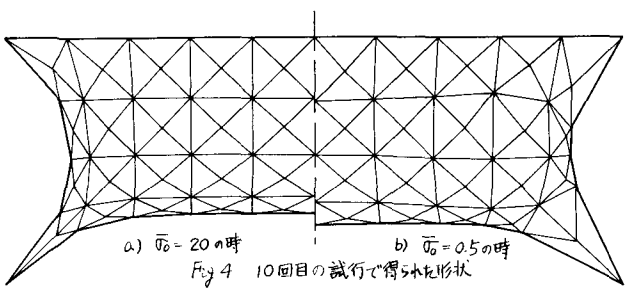

Fig 4　10回目の試行で得られた形状

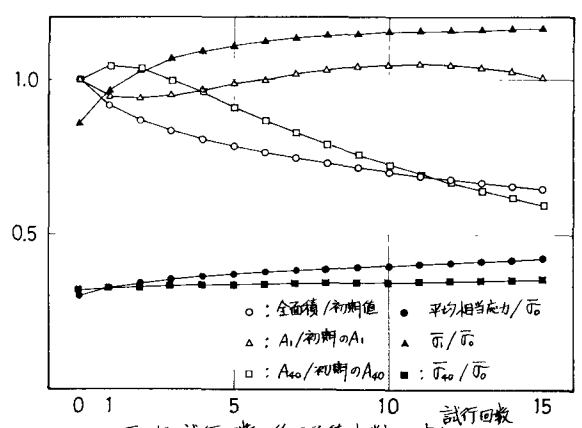

Fig 5　試行回数に伴う面積，相当応力の変化（$\bar{\sigma}_0$=0.5）