

境界要素法による斜張橋のケーブル定着部の応力解析

岩手大学工学部 学生員 ○佐々木 一彦

岩手大学工学部 正会員 宮 本 裕

岩手大学工学部 正会員 岩 崎 正二

I. まえがき

近年、有限要素法 (Finite Element Method, F.E.M.) に代わり、境界法における一近似解法である境界要素法 (Boundary Element Method, B.E.M.) が注目を浴びてきている。境界要素法は、積分方程式法に有限要素法における離散化法を組み合わせた解析法である。主な特徴は今日までの種々の文献で示されているとおりであるが、まず第一点は、方程式の数が少なく合わせて入力データもかなり減少することである。第二点は、連立方程式の元数が少ないため境界要素法の数値計算の精度が、有限要素法のそれと比較して一般的に良いということも上げられる。また第三点は、領域型 (有限要素法、差分法 etc.) の解法が不適当な無限領域を含む問題の解析にも適している。このことは同時に無限領域を含む問題などでは、有限要素法と境界要素法との組合せも考えられることである。

以上の点を踏まえ本論文では、境界要素法の概略を示すとともに連続桁をケーブルで吊り主桁を補強する構造である斜張橋のケーブル定着部、いわゆる斜張橋にとって生命であるケーブル取付け部に生じる応力の解析を境界要素法における二次元弾性問題に関する Program を用いて行う。また、同時に有限要素法による解析結果との比較・検討をも行うものとする。

II. 境界要素法の基礎概念

二次元弾性問題における境界要素法の基本となる関係式は次式で示される。

$$C^i u_k^i + \int_{\Gamma} u_k P_{ik}^* d\Gamma = \int_{\Gamma} P_k u_{ik}^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_{ik}^* d\Omega \quad (II.1)$$

ここに、 u_k , P_k および b_k は それぞれ k 方向の変位、応力度および物体力、 u_k^i は点 i における k 方向の変位、 $\int_{\Gamma} d\Gamma$, $\int_{\Omega} d\Omega$ は、境界および領域の積分を意味する。 C^i は点 i における境界の形状を示す係数である。

また、基本解である u_{ik}^* , P_{ik}^* は等方性体の平面応力問題に対しては次式で示される。

$$u_{ik}^* = \frac{1+\nu}{8\pi G} \left\{ \frac{3-\nu}{1+\nu} \ln\left(\frac{1}{r}\right) \Delta_{ik} + \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\partial r}{\partial x_k} \right\} \quad (II.2)$$

$$P_{ik}^* = -\frac{1+\nu}{4\pi r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial x_i} \left\{ \frac{1-\nu}{1+\nu} \Delta_{ik} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_i} \right\} - \frac{1-\nu}{1+\nu} \left(\frac{\partial r}{\partial x_i} m_k - \frac{\partial r}{\partial x_k} m_i \right) \right\} \quad (II.3)$$

ここに、 G はせん断弾性係数、 ν は Poisson 比、 r は着目点と考慮点との距離である。また m は境界法線方向の単位ベクトルである。

ここで 上述の式 (II.1) をベクトル表示およびマトリックスを用いて書き表わすと (II.4) 式となる。 $\{u\}$ は u_k^i を成分としてもつマトリックス、 $\{P\}$ も同様である。 $\{u\}$, $\{P\}$, $\{b\}$ は変位、表面力、物体力のそれぞれのベクトル表示である。

$$[C^i]\{u\} + \int_{\Gamma} [P^*]\{u\} d\Gamma = \int_{\Gamma} [u^*]\{P\} d\Gamma + \int_{\Omega} [u^*]\{b\} d\Omega \quad (II.4)$$

さらに、 $\{u\}$, $\{P\}$ は、内挿関数 $[\Phi]^T$ で表わされるものとし、境界上の特定の節点 j について考えると、

$$\{C^i\}\{u\} + \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} [P^*][\Phi]^T d\Gamma \right\} \{u_j\} = \sum_{j=1}^n \left\{ \int_{\Gamma} [u^*][\Phi]^T d\Gamma \right\} \{P_j\} \quad (II.5)$$

が得られる。ただし、 $\{u_j\}$, $\{P_j\}$ は要素 j 上の節点変位と表面力を表わす。(なお、物体力項は無視する)

式 (II.5) を n 個の境界節点に対する全体系の方程式と求め、マトリックス表示すると次式となる。

$$[H]\{u\} = [G]\{P\} \quad (II.6)$$

Ⅲ. 斜張橋のケーブル定着部の応力解析

(1). モデルの説明

前述までの点を考慮して、ケーブル定着部の応力解析を二次元弾性問題(一定要素)のProgramを使用して行なう。

モデルは図(Ⅲ-1)に示すように非対称構造であると同時に、境界面が複数であるためケーブル定着部そのものをモデル化して解析を行なった。その際、応力集中部と予想される箇所では要素を密に取り、それぞれの要素内では変位および応力は一定とした。また外側境界面では境界要素法、有限要素法ともにx方向、y方向の変位を拘束するものとする。

境界要素法の解析では、分割要素数を41個(節点数41, 行列82元)、内点数32個とした。さらに要素数が31個および65個の2種類のモデル化も行ない比較・検討した。有限要素法においては、77個の三角形要素(節点数55個、行列90元)に分割した。

(2). 荷重状態の説明

ケーブル定着部の荷重状態は、本来等分荷重と考えられるが、ここでは集中荷重として取り扱う。その際の集中荷重を次のような考えに基づいて与える。つまり等分荷重の大きさを一定とし、要素の長さに応じて分佈荷重を集中荷重に置き換える。

(3). 比較・検討

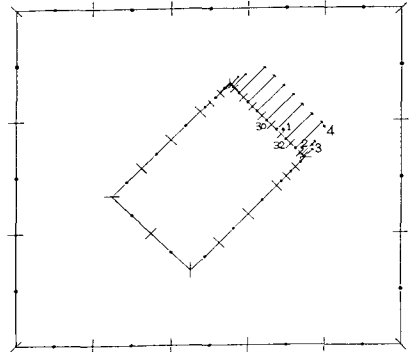
境界要素法と有限要素法との変位・応力のそれぞれの結果を表(Ⅲ-1)表(Ⅲ-2)にまとめた。(図(Ⅲ-1)の節点番号は、表(Ⅲ-1) (Ⅲ-2)のB.E.M.その2の番号に対応する。) また境界要素法において要素数を変えた結果も同時に示し、さらに要素数の変化に応じて変位・応力がどのように変化するのか、その結果を図(Ⅲ-2)のグラフに示した。

以上の結果より次のことがいえる。

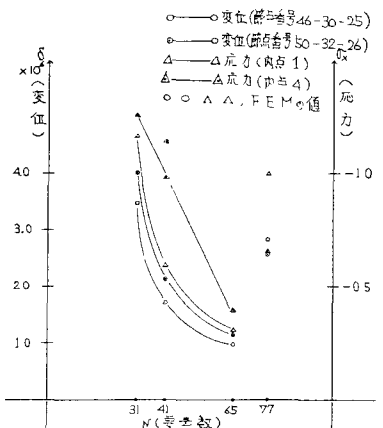
a). 境界要素法における入力データが、有限要素法のそれと比較してかなり少なくて済む。しかもデータが少ない割に良い結果を与える。

b). 境界要素法による変位・応力の値は、分割数が多い場合有限要素法による値より小さくなった。図(Ⅲ-2)からも明らかなように分割数を多くすると境界要素法による値は小さくなり、ある値に収束する傾向を示している。有限要素法においても分割数を大きく取ることによりある値に収束することが予想されるがコンピュータの容量に制約

があるため試みることができなかった。以上の点を考えると、境界要素法の方が有限要素法に比べて少ない要素数においても、より厳密解に近い値が得られるのではないかと考えられる。



図(Ⅲ-1) モデルの要素分割



図(Ⅲ-2)

表(Ⅲ-1) 変位 (単位: cm) $\times 10^6$

B.E.M. その1 No.	B.E.M.その1	B.E.M. その2 No.	B.E.M.その2	B.E.M. その3 No.	B.E.M.その3	F.E.M. 節点 No.	F.E.M.
46	1.1031	30	2.1202	25	3.9805	5	2.8143
50	0.9592	32	1.7047	26	3.2252	7	2.5088

× 番号は 節点番号とする。

表(Ⅲ-2) 応力 (単位: kg/cm²)

B.E.M. 内点 No.	B.E.M.その1	B.E.M.その2	B.E.M.その3	F.E.M. 要素 No.	F.E.M.
1	-0.3908	-0.9810	-1.2699	⑥	-1.1466
2	-0.3601	-0.9305	-1.8466	⑧	-1.0809
3	-0.3611	-0.7403	-1.5065	②⑥	-0.7273
4	-0.3099	-0.5940	-1.1786	②⑦	-0.6560

※ その1, 要素数65, その2, 要素数41, その3, 要素数31,