道路橋の横構に関する一考察

岩手大学工学部　正員 ○ 沢口　文雄
同上　正員　宮本　裕
同上　正員　岩崎　正二

1. まえがき

橋りょうの横構を設計する際に図.1のように横構を組む場合、一般に図.2のプラットトラスとして軸力を計算し、断面を算定している。つまり、分布荷重(地震・風)に対して斜材が引張材として働くものとして設計している。

そこで本論では、設計計算例[1]で求まっている断面で、まず図.1のトラスを静的、動的に解析して斜材の圧縮応力を検討し、次に同じ方法で圧縮力の働く斜材のある場合(図.1)とない場合(図.2)の軸力を比較してみた。

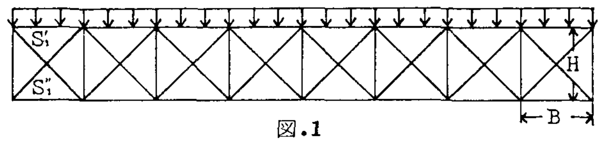

図.1

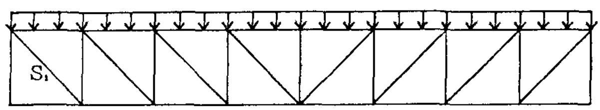

図.2

2. 仮想仕事の原理

n次不静定トラスの軸力Sは、次のように与えられる。

$$S = S_0 + \sum_{i=1}^{n} S_i X_i \qquad (1)$$

次に、不静定力$X_1, X_2, \cdots, X_n$を算定するのに必要な弾性方程式は、温度変化、支点変位を考慮しなければ次式によって与えられる。

$$\left.\begin{aligned} &\delta_{11}X_1 + \cdots + \delta_{1k}X_k + \cdots + \delta_{1n}X_n = -\delta_{10} \\ &\delta_{i1}X_1 + \cdots + \delta_{ik}X_k + \cdots + \delta_{in}X_n = -\delta_{i0} \\ &\delta_{n1}X_1 + \cdots + \delta_{nk}X_k + \cdots + \delta_{nn}X_n = -\delta_{n0} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

また、トラス構造では

$$\delta_{ik} = \delta_{ki} = \sum \frac{S_i S_k}{EA} l \ , \quad \delta_{i0} = \sum \frac{S_i S_0}{EA} l \qquad (3)$$

したがって、式(1),(2),(3)よりn次不静定トラスの軸力は計算できる。

3. 剛性マトリックス法

トラスの中の1本の部材を注目すると図.3であり、部材のマトリックス式は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ X_j \\ Y_j \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} \alpha^2 & \alpha\beta & -\alpha^2 & -\alpha\beta \\ \alpha\beta & \beta^2 & -\alpha\beta & -\beta^2 \\ -\alpha^2 & -\alpha\beta & \alpha^2 & \alpha\beta \\ -\alpha\beta & -\beta^2 & \alpha\beta & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix}$$

$$\alpha = \cos\theta, \qquad \beta = \sin\theta$$

次に、各部材のマトリックス式を重ね合わせ全体のマトリックス式を作成する。

未知のu,vは全体のマトリックス式を解くことに

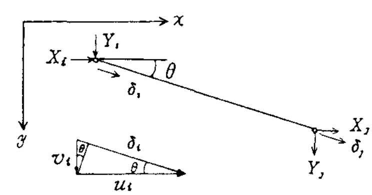

図.3

よって求められる。

また、軸力は次式のように与えられる。

$$S_{ij} = \frac{EA}{l}\{(u_j - u_i)\alpha + (v_j - v_i)\beta\}$$

4. Newmarkのβ法

これは数値計算法の一方法であり計算公式は次のように書かれる。

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{1}{2}\ddot{y}_i\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{y}_{i+1}\Delta t \qquad (4)$$

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{y}_i\Delta t^2 + \beta\ddot{y}_{i+1}\Delta t^2 \qquad (5)$$

また、運動方程式から

$$\ddot{y}_{i+1} + 2h\omega\dot{y}_{i+1} + \omega^2 y_{i+1} = -\ddot{z}_{i+1} \qquad (6)$$

以上の3式から$\ddot{y}_i$, $\dot{y}_i$, y_iと$\ddot{y}_{i+1}$, $\dot{y}_{i+1}$, y_{i+1}の関係を示す漸化式を、$\ddot{z}(t)$を既知としてマトリックスで表わしてみる。

式(4),(5),(6)より

$$\left.\begin{aligned} &y_{i+1} - \beta\Delta t^2\ddot{y}_{i+1} = y_i + \Delta t\dot{y}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\ddot{y}_i \\ &2\dot{y}_{i+1} - \Delta t\ddot{y}_{i+1} = 2\dot{y}_i + \Delta t\ddot{y}_i \\ &\omega^2 y_{i+1} + 2h\omega\dot{y}_{i+1} + \ddot{y}_{i+1} = -\ddot{z}_{i+1} \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

ここで

$$\left.\begin{aligned} &u_{1,i} = y_i + \Delta t\dot{y}_i + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2\ddot{y}_i \\ &u_{2,i} = 2\dot{y}_i + \Delta t\ddot{y}_i \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

$u_{3,t} = -\ddot{z}_{t+1}$

とおくと、式(7)は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\beta\Delta t^2 \\ 0 & 2 & -\Delta t \\ \omega^2 & 2h\omega & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_{t+1} \\ \dot{y}_{t+1} \\ \ddot{y}_{t+1} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

上式の係数マトリックスを〔A〕とすると

$$\begin{Bmatrix} y_{t+1} \\ \dot{y}_{t+1} \\ \ddot{y}_{t+1} \end{Bmatrix} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \\ u_{3,t} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

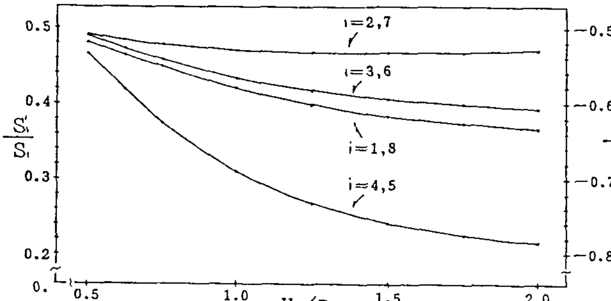

図.4

式(8)を式(10)の右辺に代入し、整理すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} y_{t+1} \\ \dot{y}_{t+1} \\ \ddot{y}_{t+1} \end{Bmatrix} = \frac{1}{[A]} \begin{pmatrix} 2(1+h\omega\Delta t) & 2\Delta t+2(1-2\beta)h\omega\Delta t^2 & (1-2\beta)\Delta t^2+(1-4\beta)h\omega^2\Delta t^3 & -2\beta\Delta t^2 \\ -\omega^2\Delta t & 2+(2\beta-1)\omega^2\Delta t^2 & \Delta t+(2\beta-1/2)\omega^2\Delta t^3 & -\Delta t \\ -2\omega^2 & -2\omega^2\Delta t-4h\omega & -(1-2\beta)\Delta t^2-2\omega h\Delta t & -2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} y_i \\ \dot{y}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここで、　$[A]=2(1+h\omega\Delta t+\beta\omega^2\Delta t^2)$

式(11)において、$\beta=1/4$とすると平均加速度法、$\beta=1/6$とすると線形加速度法の漸化式が得られる。したがって、初期条件$y(o)$, $\dot{y}(o)$, $\ddot{y}(o)$および$\ddot{z}(t)$が既知であれば、Δt時間ごとの変位$y(t)$, 速度$\dot{y}(t)$, 加速度$\ddot{y}(t)$が計算される。

軸力応答は、N_{ij}を軸力影響線とすると次のように与えられる。

$$N_i(t)=\sum_{t=1}^{n} N_{ij} m_j \{ y_i(t) + \ddot{z}(t) \}$$

5. 結果

図1.のモデルの橋は、支間32m、3主げたの道路橋であり、横構はB=4.0m,H=3.7mである。

①まず、風荷重510kg／mが横構に水平に働くものとして剛性マトリックス法で解析した。

②次に、外力はEl.centro地震波(最大加速度63galに縮小)が横構に水平に働くものとし、減衰定数0.02、刻み時間間隔Δt=0.01秒で6秒間入力としてNewmarkのβ法で解析した。

③斜材の鋼材はss41の山形鋼L−130×130×9(A=22.74cm², r=2.57)であり、最小細長比l/r=212である。よって、座屈許容応力度は次の式で求められる。

$$\sigma_{ca} = \frac{12000000}{6700+(l/r)^2} = 232\text{kg／cm}^2$$

計算結果として、①で求められた最大圧縮応力(両端の斜材)をσ_{c1}、②で求められた最大圧縮応力(左端の斜材)をσ_{c2}とすると次のようであった。

σ_{c1} =263.5kg／cm² > σ_{ca}

σ_{c2} =270.0kg／cm² > σ_{ca}

以上より、重要な橋りょうでは横構を設計する際には圧縮応力を考慮した設計が望ましいと思われる。

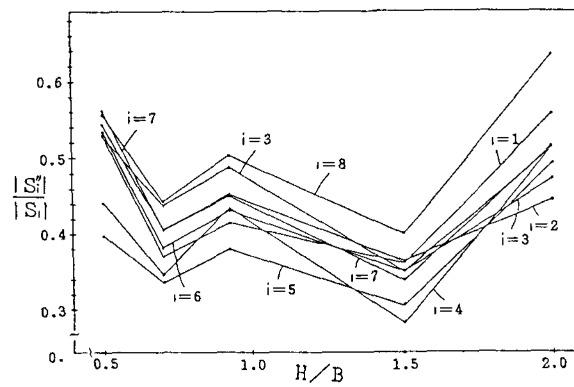

図.5

次に図.1,2の横構の軸力を比較してみた。ただし、B=4.0mで一定に保ちHを変化させた。

図.4は①の方法で求めた軸力の比であり、図.5は②の方法で求めた軸力の比である。

ここで、Sは図.2の斜材の軸力、S'は図.1の引張斜材の軸力、S''は図.1の圧縮斜材の軸力であり、左から番号をつけた。

・参考文献

(1)渡辺昇・橋りょう工学・朝倉書店

(2)酒井忠明・構造力学・技報堂出版

(3)F.W.ビューフエ, W.H.ローアンJr., P.G.ホードレイ, R.H.ハケット・コンピュータによる骨組構造解析・培風館

(4)宮本,島津,佐藤・弾性支点と弾性床を有する平面骨組構造物の地震応答解析・岩手大学工学部研究報告　第32巻（昭和54年12月）