

岩手大学工学部 正員 ○ 対馬 楨悦
同 正員 宮本 裕
同 正員 出戸 秀明

1. まえがき

コンピュータの性能向上に伴い、パソコンの普及率の上昇には目ざましいものがあり、研究・教育・事務処理等にまで幅広く利用されている。そこで、FORTRAN よりも、修正・計算が容易なBASIC (パソコン) により、弾性沈下回転可能支承上連続げたを、剛性マトリックス法でプログラミング・計算したので報告する。

2. 弾性沈下回転可能支承上連続げた

図.1のような、垂直バネ係数 $=\omega$ 、回転バネ係数 $=\omega_r$ 、 $EJ_Q=2 \times 10^7 \text{ N/m}^2 \times 10^{-2} \text{ m}^4$ 、 $a=2 \text{ m}$ のモデルを考える。 図.2

このとき、

$$\omega = \frac{1201^3}{3888 EJ}, \quad \omega_r = \frac{1}{3 GJ_r} \text{ で表されるものとし、} l=12 \text{ m, } EJ=2 \times 10^7 \text{ N/m}^2 \times 2 \times 10^{-2} \text{ m}^4 = 4 \times 10^5 \text{ Nm}^2, \quad GJ_r = \frac{E}{2(1+\nu)} \times 0.3 \times 10^{-2} \text{ m}^4 = \frac{2 \times 10^7}{2 \times 1.3} \times 0.3 \times 10^{-2} = 23077 \text{ Nm}^2$$

とすれば、 $1/\omega = 7500 \text{ N/m}$ 、 $1/\omega_r = 5769.23 \text{ Nm}$ となる。

力のつり合いを考えるには、まずバネの影響を考えないで部材1-2、部材2-3の剛性マトリックスを重ね合せ、つぎにバネのある節点の変位に対応するマトリックスの対角項に、垂直バネの場合は $1/\omega$ を、回転バネの場合は $1/\omega_r$ を加える。すなわち、このモデルでは、全体のマトリックスを計算するときに第1行1列、第3行3列、第5行5列に $1/\omega$ を加え、第2行2列、第4行4列、第6行6列には $1/\omega_r$ を加える。これは、バネの影響を考えて力のつり合いをたてたことにほかならない。このとき、せん断力・モーメントおよび、たわみ・たわみ角は、図.2に示した方向を正とした。

・部材1-2の剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} Q1 \\ M1 \\ Q2 \\ M2 \end{Bmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 3 & -3 & -3 & -3 \\ -3 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y1 \\ y1' \\ y2 \\ y2' \end{Bmatrix},$$

・部材2-3の剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} Q2 \\ M2 \\ Q3 \\ M3 \end{Bmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 3 & -3 & -3 & -3 \\ -3 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y2 \\ y2' \\ y3 \\ y3' \end{Bmatrix}$$

・垂直バネの剛性マトリックス

$$\begin{cases} Q1 = y1/\omega = 7500y1 \\ Q2 = y2/\omega = 7500y2 \\ Q3 = y3/\omega = 7500y3 \end{cases}$$

・全体の剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} \Sigma Q1 \\ \Sigma M1 \\ \Sigma Q2 \\ \Sigma M2 \\ \Sigma Q3 \\ \Sigma M3 \end{Bmatrix} = 10^5 \begin{bmatrix} 3.075 & -3 & -3 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & 4.0577 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 6.075 & 0 & -3 & -3 \\ -3 & 2 & 0 & 8.0577 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & 3.075 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 3 & 4.0577 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y1 \\ y1' \\ y2 \\ y2' \\ y3 \\ y3' \end{Bmatrix}$$

・回転バネの剛性マトリックス

$$\begin{cases} M1 = y1'/\omega_r = 5769.23y1' \\ M2 = y2'/\omega_r = 5769.23y2' \\ M3 = y3'/\omega_r = 5769.23y3' \end{cases}$$

これらを重ね合せると右のようになる。

つぎに、ガウスの消去法により逆マトリックスを求め、 $\Sigma Q1 = \Sigma M1 = \Sigma M2 = \Sigma Q3 = \Sigma M3 = 0$ 、 $\Sigma Q2 = -1 \text{ N}$ を与えて変位 $(y1, y1' : i=1, 2, 3)$ を求めた後、各部材の剛性マトリックスに代入して、モーメントとせん断力を求め、図.2の方向を正とすると、図.3のようになる。したがって、支点反力はつぎのように求まる。

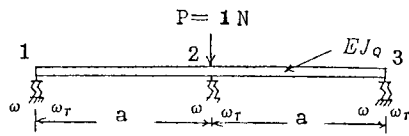
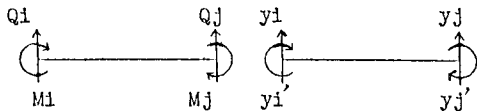


図.1



$$\begin{aligned}
 R1 &= 0.32301 \text{ N} \\
 R2 &= -0.32301 - 0.32301 + 1 = 0.35398 \text{ N} \\
 R3 &= 0.32301 \text{ N} \\
 M1 &= -0.017617 \text{ Nm} \\
 M2 &= -0.62839 + 0.62839 = 0 \\
 M3 &= 0.017617 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

以上のフローチャートを図.4に示す。

これを格子げたのHombergの公式を用いて検算する。公式によると、図.1のモデルでは

$$\begin{aligned}
 \text{曲げ格子剛度 } z &= \frac{6 EJ_Q}{a^3} \omega = \frac{1201^3}{3888 EJ} \frac{6 EJ_Q}{a^3} \\
 &= \frac{120 \times 12^3 \times 6 \times 2 \times 10^5}{3888 \times 4 \times 10^5 \times 2^3} = 20 \\
 \text{ねじり格子剛度 } z_r &= \frac{EJ_Q}{2a} \omega_r = \frac{1}{3GJ_r} \frac{EJ_Q}{2a} \\
 &= \frac{12 \times 2 \times 10^5}{3 \times 23077 \times 2 \times 2} = 8.6667
 \end{aligned}$$

で表わされるとすると、

$$\begin{aligned}
 B12 &= \frac{4 z z_r + 2 z}{12 z z_r + 8 z_r + 6 z + 1} \\
 &= \frac{4 \times 20 \times 8.6667 + 2 \times 20}{12 \times 20 \times 8.6667 + 8 \times 8.6667 + 6 \times 20 + 1} = 0.32301
 \end{aligned}$$

$$B22 - 1 = \frac{-8 z z_r - 4 z}{12 z z_r + 8 z_r + 6 z + 1} = -0.64602$$

$$\frac{1}{a} D12 = \frac{z}{12 z z_r + 8 z_r + 6 z + 1} = 0.008809$$

$$\frac{1}{a} D22 = 0$$

したがって、支点反力は、

$$\begin{aligned}
 R1 &= B12 = 0.32301 \text{ N} \\
 R2 &= B22 = -0.64602 + 1 = 0.35398 \text{ N} \\
 R3 &= B12 = 0.32301 \text{ N} \\
 M1 &= D12 = 0.008809 \times 2 = 0.017618 \text{ Nm} \\
 M2 &= D22 = 0 \\
 M3 &= D12 = 0.017618 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

となり、剛性マトリックス法と一致することが確かめられた。

3. あとがき

パソコンには、大型計算機と比較するとメモリ領域が小さい、計算時間が長くかかるなどの欠点はあるが、16bitパソコンでは、節点数が20~30くらいまでなら計算時間も比較的短くすみ、マトリックスも、40×40~60×60となりメモリ領域内に納まる。このプログラムは4×4のマトリックスを扱っており、簡単な構造モデルの検算に利用できるほかに、大学院や若い技術者などのマトリックス構造解析の教育学習に役立つものと思われる。また、多少修正することにより、他の場合（分布荷重を受けるけた、弾性床土のけた、曲げねじり解析、つり橋の解析など）にも応用することができる。現在、パソコンは、TSS端末としても利用されているほか、施工管理にシュミレーションを利用するなど、今後もいろいろな方面で利用されるものと思われる。

4. 参考文献

- (1) 地方大学における電算機利用教育のあり方：宮本・岩崎・出戸：電算機利用に関するシンポジウム講演概要(83-08)
- (2) 一学科内の多数の電子計算機の機能分担について：三星・佐野・高石：電算機利用に関するシンポジウム講演概要(83-08)
- (3) コンピュータによる骨組構造解析：ビューフェ他(成岡 昌夫訳)：培風館
- (4) 格子げたの理論と計算：渡辺 昇：技報堂

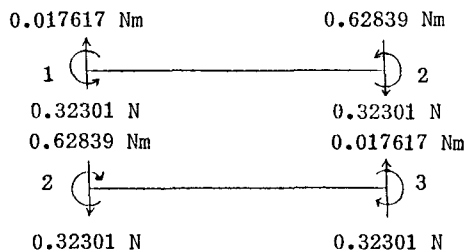


図.3

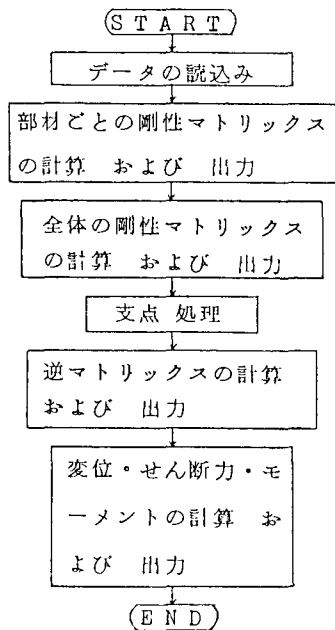


図.4 フローチャート