

弾塑性構成式の砂への適用性について

東北大学工学部 正会員 柳沢 栄司
同 同 平井 弘義
同 同 ○高橋 陽一

1. 緒言

土質材料の応力～ひずみ関係について数多くの式が提案され実用に供されているが、ここでは支持地盤に使われる事の多い砂について先に提案された、弾塑性論に基づく岩質材料についての構成式を修正して適用し、降伏関数並びに硬化パラメータについて種々の応力経路で実験を行い、それらに含まれる材料定数を決定する。さらにこれを用いて応力～ひずみ関係を導き、土質材料への適用性について検討する。

2. 降伏関数と構成式

岩質材料についての降伏関数を砂への適用に際し以下の様に修正する。

$$f = J_2 + \alpha J_2^{1/2} + \beta I_1^2 + \delta I_1 = 0 \quad (1)$$

ここに f は降伏関数、 J_2 は偏差応力 T_{ij} の 2 次不変量、 I_1 は応力 T_{ij} の 1 次不変量、 β は材料定数、 α, δ は硬化パラメータで $\alpha = m\delta$ の関係がある。

さらに硬化パラメータについて

$$\dot{\gamma} = \phi_1 T \dot{E}_j^{(p)} / 3 + \phi_2 T \dot{E}_j^{(p)} \quad (2)$$

ここに $\dot{\gamma}$ は硬化パラメータの速度、 ϕ_1, ϕ_2 は材料定数 $\dot{E}_j^{(p)}$ は塑性ひずみ速度である。Prager によれば塑性域における応力～ひずみ関係は以下の様になる。

$$\dot{E}_j^{(p)} = \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial T^{mn}} \dot{T}^{mn} \frac{\partial f}{\partial T^{ij}} \quad (3)$$

ここに

$$h = \left(\frac{\partial f}{\partial E_m^{(p)}} + \frac{\partial f}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial E_m^{(p)}} \right) \frac{\partial f}{\partial T^{ij}} \quad (4)$$

以上の様に(1)及び(2)(3)式により構成式が成り立つ事になる。

3. 三軸圧縮・伸張試験による材料定数の決定

さて(1)(2)式に含まれる材料定数について検討する。

(3)(4)式より応力～ひずみ増分比関係は以下の様になる。

$$x = 3\sqrt{3} \frac{\gamma^2 + 6\sqrt{3}m\gamma - 27\beta}{-m\gamma^2 + 6\sqrt{3}\gamma + 27m\beta} \quad (5)$$

ここで $x = -\dot{\nu}/\dot{\alpha}^p$ 、 $\gamma = q/p$ 三軸試験においては $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/\sqrt{3}$ 、 $\dot{\nu} = \dot{\epsilon}_1^p + 2\dot{\epsilon}_2^p$ 、 $\dot{\alpha}^p = 2/3 |\dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_3|$ である。

Fig. 1, 2 は豊浦標準砂について行った排水試験についての q/p と $-\dot{\nu}/\dot{\alpha}^p$ の関係である。尚、豊浦標準砂の物理的性質は Table 1 に示す。

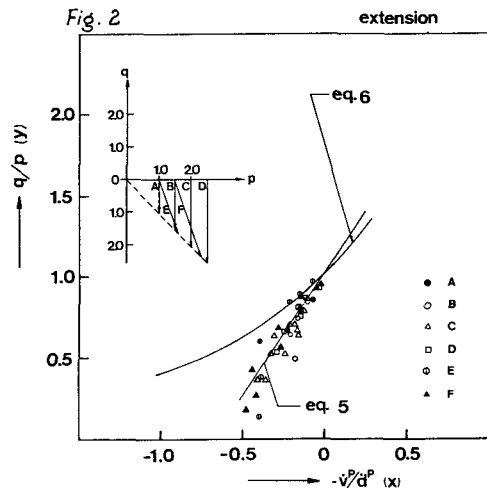
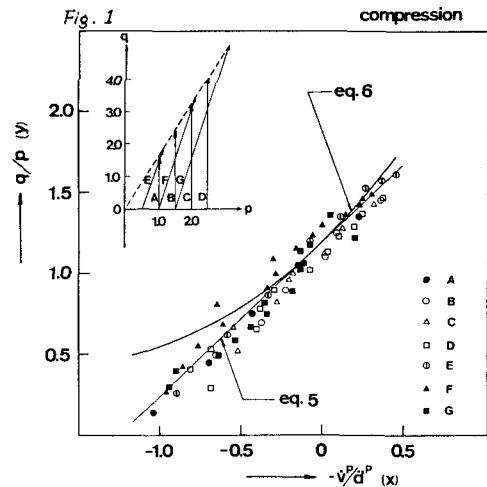


Table 1

比重	G_s	2.65
最大間ゲキ比	e_{max}	0.99
最小間ゲキ比	e_{min}	0.61
均等係数	U_c	1.11
10% 粒径	D_{10}	0.21
30% 粒径	D_{30}	0.20
60% 粒径	D_{60}	0.19

以上の結果より(5)式における材料定数を決定する。

圧縮側については

$$m = 4.24 \quad \beta = 2.00$$

伸張側については

$$m = 7.79 \quad \beta = 3.06$$

次に硬化パラメータ δ について検討を行う。応力～ひずみ関係誘導を容易にする為 $m=0$ のときを考えると、(5)式は以下の様になる。

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{27\beta}{\gamma} \right) \quad (6)$$

材料定数は

$$\beta_c = 0.051 \quad \beta_e = 0.038$$

以上より(3)式は

$$\frac{d^p}{\delta} = \frac{4}{9} \frac{\gamma^2}{p \{ 27\beta\phi_1 p^2 + (2\phi_2 - \phi_1) \gamma^2 \}} \quad (7)$$

$$\frac{\dot{v}^p}{\delta} = \frac{2\gamma(3\beta p - \gamma^2/9p)}{p \{ 27\beta\phi_1 p^2 + (2\phi_2 - \phi_1) \gamma^2 \}} \quad (8)$$

(7)(8)式に含まれる材料定数 ϕ_1, ϕ_2 に実験結果を適用すると、圧縮側では

$$\phi_1 = 58.45 \quad \phi_2 = 13.39$$

伸張側では

$$\phi_1 = 15.93 \quad \phi_2 = 0.64$$

求められた材料定数により応力比 q/p と偏差塑性ひずみ並びに体積塑性ひずみの関係は(7)(8)式より Fig. 3, 4 中の実線で表わされる。

4. 結論

以上の結果より提案された構成式は良く実験結果を表わしていると言える。今後の課題としては、除荷時、及び過圧密状態、さらには偏差応力一定等の条件下で応力～ひずみ関係をどこまで正確に構成式が表わし得るかを検討していく必要があると思われる。

～参考文献～

- 平井、佐武 軟岩の降伏関数の提案と塑性挙動の記述
西、江刺 軟弱地盤における基礎の支持力と変形
Y.C. Fung Foundations of Solid Mechanics

