

東北大学工学部 学生員○高橋 林
同 上 正 員 佐武 正雄
同 上 正 員 岸野 佑次

1. はじめに 粒状体力学の構成式を微視的な考察により得るためには、散逸エネルギーの発生機構を調べることが重要であると思われる¹⁾。粒状体においては、弾性エネルギーが散逸エネルギーに対して無視できるものとするれば、外力のなす仕事(W_{ex} と表示する)により散逸エネルギーを算定することが可能と考えられる。一方、散逸が粒子内の摩擦により生じるものとするれば、接触力と相対滑りにより散逸エネルギーを直接的に算定することも可能と思われる(W_{in} と表示)。本研究においては、これら2つの方法を用いて求めた散逸エネルギーを基に、粒状体の力学的性質の考察を行なったものである。

2. 実験並びに解析方法 本研究において解析の対象とした実験データは、粒状体2次元モデルの光弾性せん断試験によって得られたものである²⁾。この試験には粒子モデルとして、エポキシ板より作成した3種の径の円柱粒子(8,10,12 mm)を用い、これらを重量比で等しくなる様に混合したものを用いた。せん断試験装置は、4辺が独立に平行移動可能な一辺が約200mmの内枠を有しており、この内枠の中に総数約460個の粒子を充てんして行なった。以下の解析は、この内枠の対角線の交点を中心とする径80mmの円形領域に粒子が含まれるものについて行なったものである。解析領域内の粒子数は約210個であった。

解析円形領域に対して、外力のなす仕事の増分は、接触力ベクトル f_i (方向は粒子中心を結ぶ方向とし、大きさは簡次数とする)および円内粒子の変位増分ベクトル δu_i (光弾性写真を基に、画像解析装置を用いて変形解析を行ない、剛体変位は除いたもの)を用いて次式で求められる(図-1参照)。

$$\delta W_{ex} = \sum_i f_i \cdot \delta u_i \quad \text{--- (1)}$$

ただし、上式における総和は、円形領域の周辺の粒子を対象として行なうものとし、これはこれらの粒子の総接点数である。

一方、円形領域内部における粒子内摩擦による散逸エネルギー増分は、次の様にして求められる。接点*n*において接触している2粒子の重心の間の相対位置ベクトルを u_n 、変形前の接点での接線方向単位ベクトルを u_n とすれば、接線方向の相対変位増分は $u_n \cdot \delta u_n$ で与えられる。また、粒子間摩擦係数 μ (解析に伴う誤差などを含めたみかけの値と考えられる)と表す。このとき、散逸エネルギー増分は、次式で与えられる(図-2参照)。

$$\delta W_{in} = \mu \sum_n |f_n| |u_n \cdot \delta u_n| \quad \text{--- (2)}$$

ただし、上式における総和は円形領域内の粒子接点を対象とし、 N は総接点数である。なお、以下の解析結果は、 $\delta W_{in} = \delta W_{in} / \mu$ により表示する。

さらに、応力テンソルはde Jongの方法を用いて求め、歪テンソルは一次変換で表わされる平均的な変位と実際の変位の偏差の二乗が最小となる様に定めた。

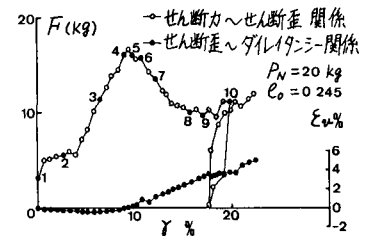
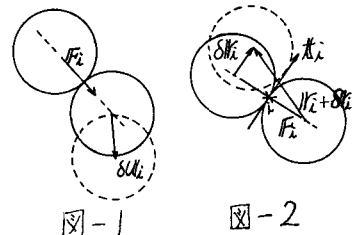


図-3 せん断歪～せん断力～ゲイルワジ

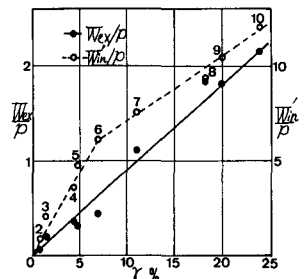


図-4 $\delta \sim W/p$ 関係

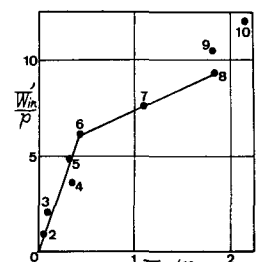


図-5 $W_{ex}/p \sim W_{in}/p$ 関係

3. 結果並びに考察

せん断試験結果を図-3に、解析結果を図-4,5に示す。ここで図-3のせん断歪 γ は内枠の変位の読みから求めた値であり、図-4の δ は円形領域の平均的歪テンソルより計算したものである。また W/p は次式より求めた(諸戸の提案式 $S^*=(\frac{dW}{dp})$ を参照した³⁾)。

$$W/p = \delta W_1/p_1 + \delta W_2/p_2 + \dots + \delta W_n/p_n \quad \text{-----(3)}$$

ここで、 p_i は各段階における平均応力である。

図-4から $\gamma \sim Wex/p$ 関係はほぼ直線関係となる。この様に、砂について得られている結果³⁾と同様となることは注目される。したがって、 $\delta Wex/p \sim \delta \gamma$ の関係は次式となる。

$$\delta Wex/p = p \delta \gamma = p (\delta \epsilon_1 - \delta \epsilon_2) \quad \text{-----(4)}$$

ここで、 p は図-4の傾きであり、 $\delta(Wex/p) \div \delta Wex/p$ としている。もし応力と歪関係が共軸であるならば、(4)式は次の様に表わされる。

$$2(\sigma_1 \delta \epsilon_1 + \sigma_2 \delta \epsilon_2) / (\sigma_1 + \sigma_2) = p (\delta \epsilon_1 - \delta \epsilon_2)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2) = p - (\delta \epsilon_1 + \delta \epsilon_2) / (\delta \epsilon_1 - \delta \epsilon_2)$$

$$\therefore \gamma/p = p - \delta \epsilon_v / \delta \gamma \quad \text{-----(5)}$$

この様に、 $\gamma \sim Wex/p$ 関係を具体的に把握することは、応力比 $\sim$ 歪増分比関係を導く上で重要なことであると考えられる。

次に、図-5の $W_n \sim Wex$ について考察する。同図より歪硬化部分と軟化部分とで、明らかに異なる傾向を示すことがわかる。 W_n と Wex が一致すると考えて(2)式における μ の値を計算すると、歪硬化部、歪軟化部でそれぞれ約0.12, 0.43となる。この μ の値は、あくまでも見かけの摩擦係数であり、実際の摩擦係数とは異なるものである。このようなことから、上述の差異は、(2)式による摩擦性相対滑りについての評価に起因していると考えられる。上述の μ から考えて主に、歪硬化部において摩擦の評価が過大に行われているということができるが、これは歪硬化部においては変形の不均一性が多く含まれており、このことから相対変形が摩擦性滑りとして有効に表れないのではないかと考えられる。一方、歪軟化部においては、粒子構造がせん断変形に対応したものに变化してきており、例えば図-6に示すような、卓越滑りを伴ったせん断変形が生じ、このことから(2)式による摩擦の評価が現実に近いものになると考えられる。このことを確かめるため、歪硬化部分と歪軟化部分の接触方向別の散逸エネルギー増分(δW_n)を図-7,8に示した。方向別の最小散逸エネルギーと最大散逸エネルギーとの比を求めてみると、歪硬化部の図-7(図-3における1から2)では1:3.6、歪軟化部の図-8(図-3における6から7)では1:9.9となり、歪軟化部では硬化部に比べ、ある特定なすべりに集中してエネルギーが散逸する傾向にあり、卓越滑りを伴ったせん断が生じていると思われる。

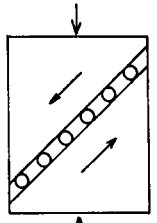


図-6 変形モデル

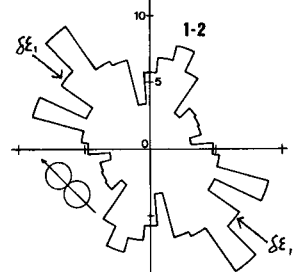


図-7 接触方向別散逸エネルギー

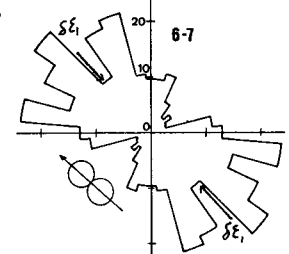


図-8 接触方向別散逸エネルギー

4. あとがき

本文においては、散逸エネルギーが粒状体の微視的な変形機構を考察する上で、有効な力学量であることを示した。今後さらに、 W_n の正確な評価などを行なって力学量と微視的な変形機構との対応を明らかにしていきたいと考えている。

おわりに、本研究における解析に御助力を頂きました本学大学院生の森永 慶氏に謝意を表します。

【参考文献】

- 1) 岸野 佑次, 「粒状体における散逸エネルギーと降伏条件について」第37回年講Ⅲ(1982) PP5~6
- 2) 熊坂 博夫, 「粒状体における微視的な変形機構と巨視的な力学特性の対応について」東北大学修論(1982)
- 3) 諸戸 河上, 「砂の変形における状態関数」土木学会論文報告集(1974), No.229, PP77~86
- 4) 橋本 透, 「せん断を受ける粒状体の光弾性実験とその考察」東北大学卒論(1981)