

走行荷重による二層地盤の応答解析

東北大学 正・平井弘義

正・柳沢栄司

1 緒言

列車等の交通荷重が軟弱地盤上を通過する際、大きな変形が生じ走行上の安全性から問題となっている。しかしながら、このような動的問題に対する理論的研究は数少ないのが現状と思われる。

著者等はこの種の問題に対して研究を押し進めてきているが¹⁾、今回二層地盤のモデル化として弾性床の弾性体を考える。その上をある一定速度で走行する荷重に対して弾性床の支持力係数、弾性体の弾性係数あるいは走行速度等において弾性体の応答がどのように違うのか検討を行なう。

2. モデル化と解析手法

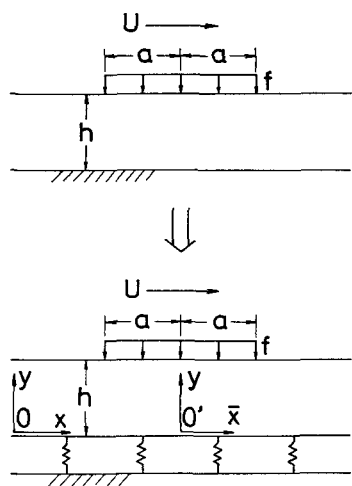


図1 二層地盤上の移動荷重とモデル化

図1に示されるような二層地盤について問題を解析する場合、境界条件が複雑になり数値積分し難いものとなる。そこで図1の下部に示されるように上下の層の境界にバネネットワーク型の弾性床を考慮することによって境界条件を容易にすることができ、いは大きさを、長さ $2a$ の荷重が大きさ

U の走行速度で移動するものとする。地盤は平面ひずみ状態とし、荷重近傍は定常状態にあると仮定する。平面ひずみ状態において以下基礎式を示す。

1) 変位

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに ϕ と ψ はそれぞれ変位ポテンシャルである。

2) 波動方程式

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \phi &= \frac{1}{C_1^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \psi &= \frac{1}{C_2^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $C_1 = C_2 \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}$, $C_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ G はせん断弾性係数、 ν はポアソン比、 ρ は密度である。

3) 応力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2G}{1-2\nu} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right\} \\ \sigma_y &= \frac{2G}{1-2\nu} \left\{ (1-\nu) \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \\ \tau_{xy} &= G \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} (3)$$

4) 境界条件

$y = 0$ において

$$\tau_{xy} = 0 \quad (4)$$

$$\sigma_y = kv \quad (5)$$

$y = h$ において

$$\tau_{xy} = 0 \quad (6)$$

$$\sigma_y = \begin{cases} -f & ; |x-ut| < a \\ 0 & , |x-ut| > a \end{cases} \quad (7)$$

いま 複素フーリエ変換

$$\hat{F}(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\bar{x}, y) e^{-i\xi \bar{x}} d\bar{x} \quad (8)$$

$$F(\bar{x}, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{F}(\xi, \eta) e^{i\xi \bar{x}} d\xi \quad (9)$$

を用いると式(2)の一般解は次のようになる。

$$\hat{\phi} = A \cosh p_3 y + B \sinh p_3 y \quad (10)$$

$$\hat{\psi} = C \cosh g_3 y + D \sinh g_3 y \quad (11)$$

ここに A, B, C 及び D は未定係数, $p^2 = 1 - (\frac{U}{C_1})^2$
 $g^2 = 1 - (\frac{U}{C_2})^2$ である。やえに式(4)~(7)の境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} 0 & 2ip & 1+g^2 \\ \frac{(1-\nu)p^2-\nu}{1-2\nu} \eta & -\frac{Kp}{1-\nu} & \frac{Ki}{1-\nu} \\ 2ip \cosh p\eta & 2ip \sinh p\eta & (1+g^2) \cosh g\eta \\ \{(1-\nu)p^2-\nu\} \cosh p\eta & \{(1-\nu)p^2-\nu\} \sinh p\eta & (2\nu-1)ig \sinh g\eta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -ig\eta \\ (1+g^2) \sinh g\eta \\ (2\nu-1)ig \cosh g\eta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここに $\eta = h\bar{x}$, $K = \frac{(1-\nu)h}{2Gi} k$, $T = \frac{1-2\nu}{2Gi} \frac{h^3}{\bar{x}^3} f \cdot (e^{-i\epsilon\eta} - e^{i\epsilon\eta})$, $\epsilon = \frac{a}{h}$ である。従って式(12)を解き、フーリエ逆変換を行なうことにして問題は解決されたことになる。

3 数値計算と考察

ポアソン比 $\nu = 0.4$, $K = 0.001, 0.01, 0.1$ の場合について図2に無次元走行速度 $\beta = \frac{U}{C_2}$

と変数 η の関係が示されている。この図2より K の増大と共に共振点(極小値に相当する)における β の値は大きくなっていくことがわかる。すなわち上層の軟弱地盤に比べて下層の剛性が大きいほど共振時の速度は大きくなっていくのがわかる。図3は $K=0.1$ の場合について $y=0.5h$ における垂直変位 v を示している。 β の増加 すなわち荷重速度の増加と共に変位量は増大する傾向を示し、 $\beta=0.74$ において理論上は共振現象を呈することになる。

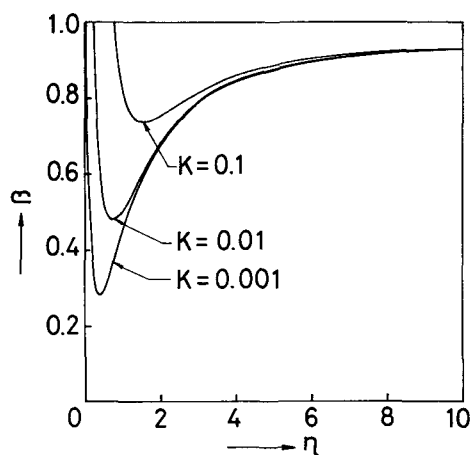


図2 無次元走行速度 β と変数 η の関係

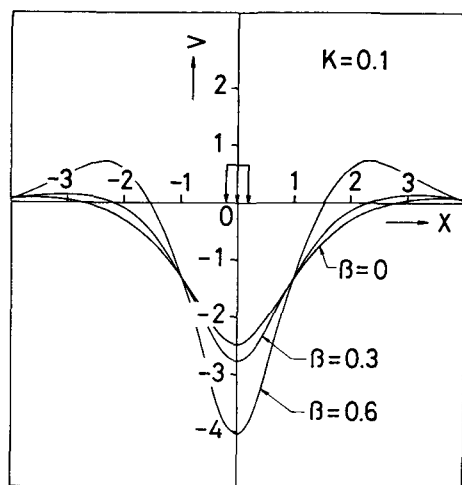


図3 $y=0.5h$ における垂直変位 v

参考文献

- 1) 平井, 柳沢: 東北支部技術研究発表会講演概要, 土木学会東北支部, pp. 193-194, 1982.