

曲げと軸方向圧縮力を受けるRC部材の終局耐力

秋田大学 正員 川上 洵
秋田大学 学生員 〇 平田 昌樹
秋田大学 学生員 沢味猪三夫

1. まえがき

軸圧縮力および二軸曲げを受ける矩形断面の鉄筋コンクリート部材に関する応力計算および設計法は、A. Roussopoulos¹⁾および E. Fischer²⁾にはじまり、その後の研究の発展とともに、種々の断面について計算式が導かれてきた。さらに、一般的計算式として、海老沢³⁾は、軸圧縮力および二軸曲げを受ける任意形断面の鉄筋コンクリート部材の応力解析を行った。しかし、これらは、いずれも弾性計算であり、限界状態設計による耐力の検討が必要である。本研究は、海老沢の弾性理論を終局状態まで拡張し、軸方向圧縮力と曲げを受けるRC部材の耐力を解析的に検討するものである。

2. 仮定条件

1) 平面保持の仮定が成り立つ。 2) コンクリートの引張抵抗は無視する。 3) 破壊の終局限界状態は、コンクリート最大圧縮ひずみ ϵ_c^* が 0.35% に達したときと生ずる。 4) コンクリートの応力-ひずみ関係は、図-1 のようにパラボラと台形の組合せとする。 5) 鉄筋に対する応力-ひずみ関係は、図-2 のように、完全塑性である。

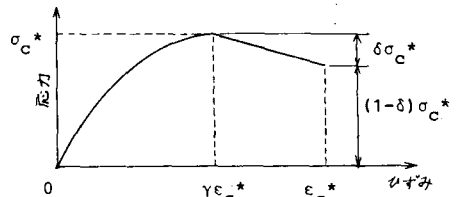


図-1 コンクリートの応力-ひずみ曲線

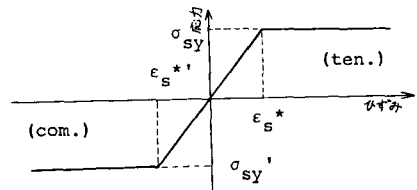


図-2 鉄筋の応力-ひずみ曲線

3. 解析理論 図-3 の任意形断面をもつ鉄筋コンクリート部材に心外斜偏心圧縮力 N が作用するととき任意の点におけるコンクリートの圧縮応力は、式(1)のとおりである。

$$\frac{\sigma_{yz}}{\sigma_c^*} = \begin{cases} -\left(\frac{1}{1-r} \frac{1}{d_y \sqrt{a^2+b^2}}\right)^2 \left\{ (b\zeta + a\eta - ab)(b\zeta + a\eta - ab - 2r d_y \sqrt{a^2+b^2}) \right\} & (0 \leq \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_c^*} \leq r) \\ -\frac{1}{1-r} \frac{1}{d_y \sqrt{a^2+b^2}} (b\zeta + a\eta - ab) \left(1 + \frac{\delta \cdot r}{1-r}\right) & (r \leq \frac{\epsilon_{yz}}{\epsilon_c^*} \leq 1) \end{cases} \quad (1)$$

一方、鉄筋の引張りおよび圧縮応力は、各々式(2)(3)で与えられる。

$$\sigma_{si} = \begin{cases} \frac{E_s \cdot \epsilon_{si}^*}{d_y \sqrt{a^2+b^2}} (b x_{si} + a y_{si} - ab) & (\text{弾性域}) \\ \sigma_{sy} & (\text{塑性域}) \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma_{si}' = \begin{cases} \frac{E_s \cdot \epsilon_{si}^*}{d_y \sqrt{a^2+b^2}} (b x_{si}' + a y_{si}' - ab) & (\text{弾性域}) \\ \sigma_{sy}' & (\text{塑性域}) \end{cases} \quad (3)$$

さらに、力および曲げモーメントのつりあい式は、式(4)(5)、

$$(6) \text{に示すとおりである。}$$

$$N = C + C' - T = \int_{Ac} \sigma_{yz} dA + \sum \sigma_{si}' a_{si}' - \sum (-\sigma_{si} a_{si}) \quad (4)$$

$$M_x = N \cdot e_y = \int_{Ac} \sigma_{yz} \eta dA + \sum \sigma_{si}' y_{si}' a_{si}' + \sum \sigma_{si} y_{si} a_{si} \quad (5)$$

$$M_y = N \cdot e_x = \int_{Ac} \sigma_{yz} \zeta dA + \sum \sigma_{si}' x_{si}' a_{si}' + \sum \sigma_{si} x_{si} a_{si} \quad (6)$$

軸力が 0 で曲げのみが作用する場合は、式(4)より

$$C + C' - T = 0 \quad (7)$$

ζ および η に関する積分項は、ガウスの積分定理を用いて線

積分に置きかえると、図-3 をモデル化した図-4 では、次のようになる。

$$G_{mn} = \iint \left\{ \eta dA = \frac{1}{n+1} \int_0^{x_1} (x_1+t)^n \left(y_1 + \frac{a y_1}{d_{x1}} t \right) dt \right.$$

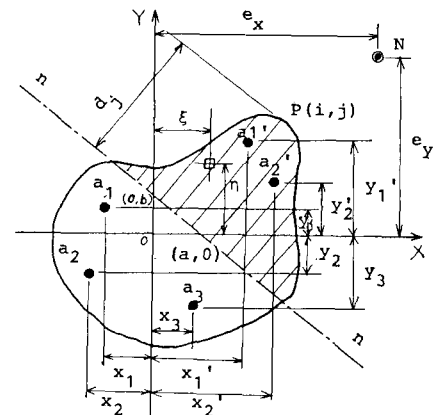


図-3 任意形断面

$$G_{00} = A = \frac{1}{2} \sum (x_{in} y_i - x_i y_{in}), \quad G_{01} = G_{10} = \frac{1}{2} \sum (x_{in} - x_i) \{ y_i^2 + \frac{1}{3} (y_{in} - y_i) (y_{in} + 2y_i) \}$$

$$G_{10} = G_{01} = -\frac{1}{2} \sum (y_{in} - y_i) \{ x_i^2 + \frac{1}{3} (x_{in} - x_i) (x_{in} + 2x_i) \}$$

$$G_{02} = I_x = \frac{1}{3} \sum (x_{in} - x_i) \{ y_i^3 + \frac{1}{6} (y_{in} - y_i) (y_{in} + 2y_i)^2 + \frac{1}{12} (y_{in} - y_i)^3 \}$$

$$G_{20} = I_y = -\frac{1}{3} \sum (y_{in} - y_i) \{ x_i^3 + \frac{1}{6} (x_{in} - x_i) (x_{in} + 2x_i)^2 + \frac{1}{12} (x_{in} - x_i)^3 \}$$

$$G_{11} = I_{xy} = -\frac{1}{2} \sum (y_{in} - y_i) \{ x_i^2 + \frac{1}{2} (y_{in} + y_i) + \frac{1}{6} (x_{in} - x_i) (y_{in} - y_i) + \frac{1}{4} (x_{in} - x_i) (x_{in} + 2x_i) (y_{in} + y_i) \}$$

$$G_{21} = K_1 = \frac{1}{2} \sum (x_{in} - x_i) \{ x_i^2 y_i^2 + y_i x_i^2 (y_{in} - y_i) + x_i y_i^2 (x_{in} - x_i) + \frac{1}{3} x_i^2 (y_{in} - y_i)^2 + \frac{4}{3} x_i y_i (x_{in} - x_i) (y_{in} - y_i) + \frac{1}{3} y_i^2 (x_{in} - x_i)^2 + \frac{1}{2} x_i (y_{in} - y_i)^2 (x_{in} - x_i) + \frac{1}{2} y_i (y_{in} - y_i) (x_{in} - x_i)^2 + \frac{1}{5} (y_{in} - y_i)^3 (x_{in} - x_i)^2 \}$$

$$G_{12} = K_2 = \frac{1}{3} \sum (x_{in} - x_i) \{ x_i y_i^2 + \frac{1}{2} y_i^2 (x_{in} - x_i) + \frac{3}{2} y_i x_i (y_{in} - y_i) + x_i y_i (y_{in} - y_i)^2 + y_i^2 (y_{in} - y_i) (x_{in} - x_i) + \frac{3}{4} y_i (y_{in} - y_i)^2 (x_{in} - x_i) + \frac{1}{4} x_i (y_{in} - y_i)^3 + \frac{1}{5} (y_{in} - y_i)^3 (x_{in} - x_i) \}$$

$$G_{30} = K_3 = \frac{1}{4} \sum (x_{in} - x_i) \{ y_i^4 + 2y_i^3 (y_{in} - y_i) + 2y_i^2 (y_{in} - y_i)^2 + y_i (y_{in} - y_i)^3 + \frac{1}{5} (y_{in} - y_i)^4 \}$$

$$G_{30} = K_4 = \sum (x_{in} - x_i) \{ x_i^2 y_i^2 + \frac{3}{2} x_i^2 y_i (y_{in} - y_i) + \frac{1}{2} x_i^2 (y_{in} - y_i)^2 + x_i y_i^2 (x_{in} - x_i) + x_i^2 (y_{in} - y_i) (x_{in} - x_i) + \frac{1}{4} y_i^2 (x_{in} - x_i)^2 + \frac{3}{4} x_i (y_{in} - y_i) (x_{in} - x_i)^2 + \frac{1}{5} (y_{in} - y_i)^3 (x_{in} - x_i)^2 \} \dots \dots \dots (8)$$

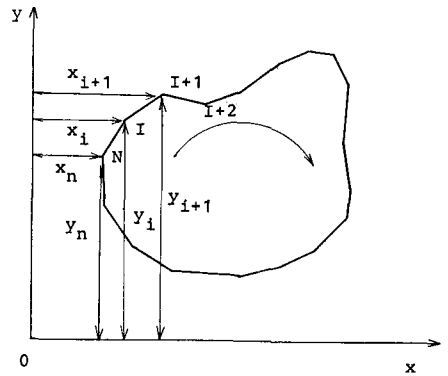


図-4 折れ線近似

したがって、式(4)~(6)に、次のような簡略形 $\beta_1 \sim \beta_5, \gamma_1, \gamma_2$ および $\alpha_1 \sim \alpha_9$ を用いて、式(4)~(6)を得る。

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -1/\sqrt{a^2 + b^2}, \quad \beta_2 = -2(ab + 2r d_1 \sqrt{a^2 + b^2}), \quad \beta_3 = (ab + 2r d_1 \sqrt{a^2 + b^2}), \quad \beta_4 = -d_1/(1-r), \quad \beta_5 = d_1 \sqrt{a^2 + b^2} (1 + \frac{d_1}{1-r})/ab \\ \beta_6 &= b k_1, \quad \beta_7 = a k_2, \quad \beta_8 = b I_{xyc1}, \quad \beta_9 = a I_{xyc1}, \quad \beta_{10} = b k_4, \quad \beta_{11} = 2 k_2, \quad \beta_{12} = 2 k_1, \quad \beta_{13} = a k_2, \quad \gamma_1 = \frac{E_s \epsilon_s^*}{\sigma_s^*}, \quad \gamma_2 = \frac{d_1 \sqrt{a^2 + b^2} \beta_5}{\sigma_s^*} ab \\ \alpha_1 &= \beta_1 \beta_6 + \beta_1 \beta_2 I_{xyc1} + \beta_1 I_{xyc2} + \gamma_1 (I_{xyc3} + I_{xyc4}) & \alpha_2 &= \beta_1 \beta_7 + \beta_1 \beta_2 I_{xyc1} + \beta_1 I_{xyc2} + \gamma_1 (I_{xyc3} + I_{xyc4}) \\ \alpha_3 &= -\beta_1 \beta_1 - \beta_1 \beta_2 G_{xyc1} + (\beta_4 - \beta_5) G_{xyc2} + \gamma_1 (G_{xyc3} + G_{xyc4}) - \gamma_2 (G_{xyc5} - G_{xyc6}) & \alpha_4 &= \beta_1 \beta_8 + \beta_1 \beta_2 G_{xyc1} + \beta_1 G_{xyc2} + \gamma_1 (G_{xyc3} + G_{xyc4}) \\ \alpha_5 &= \beta_1 \beta_9 + \beta_1 \beta_2 G_{xyc1} + \beta_1 G_{xyc2} + \gamma_1 (G_{xyc3} + G_{xyc4}) & \alpha_6 &= -2 \beta_1 I_{xyc1} - \beta_1 \beta_2 A_{c1} + (\beta_4 - \beta_5) A_{c2} + \gamma_1 (A_{c3} + A_{c4}) - \gamma_2 (A_{c5} - A_{c6}) \\ \alpha_7 &= \beta_1 \beta_{10} + \beta_1 \beta_2 I_{xyc1} + \beta_1 I_{xyc2} + \gamma_1 (I_{xyc3} + I_{xyc4}) & \alpha_8 &= \beta_1 \beta_{11} + \beta_1 \beta_2 I_{xyc1} + \beta_1 I_{xyc2} + \gamma_1 (I_{xyc3} + I_{xyc4}) \\ \alpha_9 &= -\beta_1 \beta_{12} - \beta_1 \beta_2 G_{xyc1} + (\beta_4 - \beta_5) G_{xyc2} + \gamma_1 (G_{xyc3} + G_{xyc4}) - \gamma_2 (G_{xyc5} - G_{xyc6}) \end{aligned}$$

$$N = \frac{\sigma_s^*}{d_1 \sqrt{a^2 + b^2}} (b \alpha_4 + a \alpha_5 - a b \alpha_6) \dots (4) \quad M_x = \frac{\sigma_s^*}{d_1 \sqrt{a^2 + b^2}} (b \alpha_1 + a \alpha_2 - a b \alpha_3) \dots (5) \quad M_y = \frac{\sigma_s^*}{d_1 \sqrt{a^2 + b^2}} (b \alpha_7 + a \alpha_8 - a b \alpha_9) \dots (6)$$

a) 軸方向力と曲げを同時に受ける場合 式(4)~(6)より $a \neq 0, b \neq 0, N \neq 0$ とし

$$a = \frac{(d_1 - e_3 d_4)(d_9 - e_3 d_5) - (d_7 - e_3 d_6)(d_2 - e_3 d_8)}{(d_1 - e_3 d_4)(d_7 - e_3 d_6) - (d_9 - e_3 d_5)(d_2 - e_3 d_8)} \quad b = \frac{(d_2 - e_3 d_6)(d_7 - e_3 d_4) - (d_9 - e_3 d_5)(d_1 - e_3 d_6)}{(d_1 - e_3 d_4)(d_7 - e_3 d_6) - (d_9 - e_3 d_5)(d_2 - e_3 d_8)} \dots \dots \dots (9)$$

b) 曲げのみ受ける場合 a)と同様に、式(3)~(6)~(7)の関係から

$$a = \frac{d_5 (M_y d_1 - M_x d_7) - d_6 (M_y d_2 - M_x d_8)}{d_5 (M_y d_3 - M_x d_9) - d_6 (M_y d_4 - M_x d_7)} \quad b = \frac{d_4 (M_y d_2 - M_x d_8) - d_5 (M_y d_1 - M_x d_7)}{d_4 (M_y d_3 - M_x d_9) - d_6 (M_y d_1 - M_x d_7)} \dots \dots \dots (10)$$

式(9)または、式(10)で得られた、 a, b により、中立軸の位置が決定する。これより、任意形断面に対し、任意の位置に圧縮力が作用するとき、または、二軸曲げに対し、その断面の耐力は、式(4),(5),(6)により与えられ、設計に供する終局時の状態に対するインターラクショングループをも得ることができる。なお、数値計算結果については、紙面の都合で省略するが、当日発表の予定である。

参考文献

- 1) A. Roussopoulos : Die allgemeine Lösung des Problems des exzentrisch beanspruchten Eisenbetonquerschnittes (Schiefe Biegung mit Axialkraft), Beton und Eisen, 38 JG, Ht.5, 5 März 1939
- 2) E. Fischer : Ueber die Bemessung des Eisenbetonrechteckquerschnittes in Falle schiefer Biegung, Beton und Eisen, 38 JG, Ht.3, 5 Feb. 1939
- 3) 海老沢・中山・大地 : 任意形断面をもつ鉄筋コンクリート部材の応力算定, 土木学会 PP.22~27, 1977年11月号