

スチールテープによる距離測定における補正について

八戸工業大学 正会員 岩 淵 清 行

1. 研究の目的 巻尺を用いて2点間の距離を測定する場合、使用する巻尺の種類と期待出来る精度や誤差を大ざっぱに段階的にわけて 下表のようなものを書く。私がこれから述べるのは、⑧の精密な測量に関する事で

	巻尺の種類	精 度	50mに対する誤差	備 考
①	繊維巻尺	1/5,000	10ミリ	普通の測量
②	スチールテープ	1/50,000	1ミリ	
⑧	インバール尺	1/500,000	0.1ミリ	長大工事の基線測量等

第1表 巻尺の種類による誤差

はない。従つて測地的な事は省く。さて一般に測量において距離と云えば水平距離をさす、以下この定義に従う。距離はLと表す。そして実測値はSと表す。Sは尺の読み或は測定長などとも云われる。測定長Sには、色々

種類	計算式	記号	タフステンステープによる定数例等	S=50mとした時、誤差(或は補正量)が1ミリメートルとなる大きさ等
1. 定数補正	$\frac{AB}{B} \cdot S$	C_c	AB=全長に対する容差 = -0.00065 (m) B=使用する巻尺の全長 = 50 (m)	50mについて 0.65ミリの誤差
2. 温度補正	$\alpha(t-t_0) \cdot S$	C_t	α =熱膨張係数 = $10.0 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ t =測定時の温度 t_0 =検定時の温度 = 20°C [$\Delta t = t - t_0$]	$\Delta t = \pm 2^{\circ}\text{C}$ で1ミリ誤差
3. 張力補正	$\frac{P-P_0}{A \cdot E} \cdot S$	C_p	P=測定時の張力 P_0 =検定時の張力 = 10 kg [$\Delta P = P - P_0$] A =巻尺の断面積 = $(1.75 \pm 2.5\%) (\text{mm}^2)$ E =巻尺のヤング率 = $2.2 \times 10^4 (\text{kg/mm}^2)$	$\Delta P = \pm 0.77 \text{ kg}$ で1ミリ誤差
4. たるみ補正	$-\frac{W^2}{24 \cdot P^2} \cdot S^3$	C_d	w =巻尺の単位長当りの重さ = $(0.0134 \pm 2.5\%) \text{ kg/m}$	$P = P_0$ の時 9.4 ミリの誤差
5. 傾斜補正	$-\frac{H^2}{2 \cdot S}$	C_i	H=高低差	$H = 0.316 \text{ m}$ で1ミリ誤差
計 総合補正	$C_c + C_t + C_p + C_d + C_i$	C	$L = S + C$ L: 水平距離(単に距離とも云う) S: 測定長(或は尺の読みとも云う)	(上記の値はタフステンステープの場合)

第2表 距離測量における補正の種類等。(測地的事項は省略)

な誤差が含まれているので、Lとは異つた値をとる。以下定誤差のみ考えれば、 $L = S + C$ と書くことが出来、このCは第2表に示した如く、5つの補正量の単純和とすることが出来る。表に示した各補正計算式は、その測量の精度との関係により、理論的原式を展開した時の、はじめの項をとつたもので、この事に関し、例えば傾斜補正の時には省略項の要否を調べるようにとゆう注意書きのある本もある。又たるみ補正の式については、省略項に、高低差Hが入りてきて、Hが大なる時は、表にかいた $C_d = -w^2/(24 P^2) \cdot S^3$ の式は合わなくなると注意書きされている本もある。実際トラバース測線が不規則な傾斜地を通る時、測巨に誤差が大きいとゆう事もあつて、私はHが大なる時の補正の式を考えてみた。この問題に対し、定数補正と温度補正は独立であるとして一応以下 C_c と C_t については触れない。即ち $C = C_p + C_d + C_i$ としておく。

2. 考え方 土木学会発行：構造力学公式集ケーブル構造の章参照。ただし公式集は後になつて見たので、実際は、最上武雄著：応用力学下巻金原出版 を参照した。即ちカテナリーの問題に関する伝統に従い、2点A,Bで支持された巻尺の空間図形は、 $y = a \cosh(x/a)$ になるとする。ここに $a \equiv P/w$ で、Pは支持力の水平成分、wは巻尺の単位長当りの重さである。第2表のPの定義にこの「水平」とゆう言葉が入っていないのは、測量では、あまり気にとめない事になっているからで、以下では巻尺をのぼそうとする合張力はTと表す。Tは $T = gw$ と変化する。Pは定数となる。(なお数値例は表2の数値を用い、 $S \leq 50^{\text{m}}$) さて、ある巻尺で2点A,B間の距離(L)を求める時、尺の読み(S)と、高低差(H)を実測する。もし $P = P_0 = 10 \text{ kg}$ としておけば、 $a \equiv 746 (\text{m}^{\text{1/2}})$ とさまるから、SとHの如何にかかわらず、その時の巻尺の空間図形は、いわば先天的な図形の一部で、そのどの部分か

即ち、この座標系での A 点 B 点の夫々の座標値 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) は、 S と H から求められる。便宜のため A 点は B 点の左にあるとする。 $L \equiv x_2 - x_1$ は従つて常に正。 $H \equiv y_2 - y_1$ とし、 H には正負をもたせてある。

3. 計算で求められる色々な式。

3-1. 張力補正を考えない場合 ($C_p = 0$)

S と H 既知の場合

$$x_1 = a \sinh^{-1} \left\{ \frac{H}{\sqrt{S^2 - H^2}} \sqrt{1 + \frac{S^2 - H^2}{4a^2}} - \frac{S}{2a} \right\}, y_1 = a \cosh^{-1} \left(\frac{x_1}{a} \right)$$

$$x_2 = a \sinh^{-1} \left\{ \frac{H}{\sqrt{S^2 - H^2}} \sqrt{1 + \frac{S^2 - H^2}{4a^2}} + \frac{S}{2a} \right\}, y_2 = a \cosh^{-1} \left(\frac{x_2}{a} \right)$$

$$L = 2a \sinh^{-1} \left(\frac{\sqrt{S^2 - H^2}}{2a} \right) \quad \text{或は} \quad L = a \cosh^{-1} \left(\frac{S^2 - H^2}{2a^2} + 1 \right) \dots (1)$$

L と H 既知の場合 (参考)

$$x_1 = a \sinh^{-1} \left\{ \frac{H}{2a \sinh(L/2a)} \right\} - \frac{L}{2}, \quad y_1 = a \cosh^{-1} \left(\frac{x_1}{a} \right)$$

$$x_2 = a \sinh^{-1} \left\{ \frac{H}{2a \sinh(L/2a)} \right\} + \frac{L}{2}, \quad y_2 = a \cosh^{-1} \left(\frac{x_2}{a} \right)$$

$$S = \sqrt{H^2 + (2a \sinh(L/2a))^2} \quad \text{或は} \quad S = \sqrt{H^2 + 2a^2 \{ \cosh(L/2a) - 1 \}}$$

L はこの式で直接ポット計算機で求めればよい。しかし、あえて $H = 0$ の時の展開式、或は近似式を作つて補正値 C_0 を求めるならば

$$L = S - \frac{S^3}{24a^2} + \frac{3}{640} \frac{S^5}{a^4} - \frac{5}{7168} \frac{S^7}{a^6} + \dots$$

$$S = L + \frac{L^3}{24a^2} + \frac{L^5}{1920a^4} + \frac{L^7}{322560a^6} + \dots$$

ここで $L \equiv S \ll a$ として、左右どちらの展開式から $L \equiv S - \frac{S^3}{24a^2}$ が求まり、 $C_0 \equiv -\frac{S^3}{24a^2}$ となる。

3-2. 同じく $C_p = 0$ で、高さに関して 2 点間の傾斜角 θ が与えられている場合 (H は未知)

$$L - 2a \sinh^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{S^2 - L^2 \tan^2 \theta}}{2a} \right\} = 0 \quad \text{この式から}$$

$$\frac{S^2 - L^2 \tan^2 \theta}{2a^2} + 1 - \cosh^{-1} \left(\frac{L}{a} \right) = 0$$

L を求めるには、くりかえし計算による。但し展開すれば

$$\text{どちらの方程式から} \quad \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{12} \left(\frac{L}{a} \right)^2 + \frac{1}{360} \left(\frac{L}{a} \right)^4 + \frac{1}{20160} \left(\frac{L}{a} \right)^6 + \dots = \left(\frac{S}{L} \right)^2$$

となり、この式の左辺第 3 項目以降省略して $L \equiv S \cos \theta - S^3 \cos^3 \theta / (24a^2)$ 、ここで $l \equiv S \cos \theta$ とおけば、 $L \equiv l - l^3 / (24a^2) \cdot \cos^2 \theta$ となる。この式の右辺第 1 項目は、実測値に傾斜補正をほどこした値。第 2 項は、たるみ補正の式となる。即ち $C_0 = -\frac{l^3}{24a^2} \cos^2 \theta$ 。この式は、クラークの本⁽²⁾に出ているが、この式の l に尺の読みを入れると、原式で求めた値とちがってくる。(しかし式通りにすればすべての角で 100 ミリ以下の差は出ない) (ただし $S < 50$)

3-3. 張力補正。

($A * E = 3.85 * 10^4$)

$$C_p = \frac{1}{AE} \left\{ P \left(\frac{S^2 + H^2}{2\sqrt{S^2 - H^2}} \sqrt{1 + \frac{S^2 - H^2}{4a^2}} + a \sinh^{-1} \left(\frac{\sqrt{S^2 - H^2}}{2a} \right) \right) - P_0 S \right\} \dots (3)$$

ここに A, E は表 2 参照の事。この式で最後の項を除けば、前出公式集の式と同じ。

もし張力を実測する時 T (合成力) を測つたならば、この式の a 或は P は次の式から計算して代入する事になる。

$$a = \sqrt{(S^2 - H^2) \left\{ \frac{4T^2}{w^2} - \frac{4TH}{w} - (S^2 - H^2) \right\}} / (2 \cdot S), \quad P = w a \quad \text{但し低い方の点で } T \text{ を測つた時 } H \text{ は負の値をとらせる。}$$

4. 結論。第 2 表にかいた補正計算と、以上のべた式による補正との対比の表を作つてみた。(会議のときにおくばります)。また温度補正が比較的簡単に出来、風の影響もないコンクリート床の室内で、実際の水平距離と、曲線長(巻尺のよみ)と、高さを測つてしうべてみた。結論的に云えば H が小さいときは、第 2 表の補正がまったく正しいとゆふことである。この表現は、具体的でない。その事についても会議の時にのべます。なお、ポット計算機によつても、いわゆる桁落ちの心配はない。

5. 参考文献 (1) Jordan, Eggert, Kneissl : Handbuch der Vermessungskunde Zehnte Ausgabe Band IV 5467-478
この本では (4) 式の逆を用いて近似公式を作っている。

(2) Clark : Plane and geodetic surveying Vol. 1. 6 edition P/22. この本で著者はすべての角に通用する式を Vol 2 でのべていると云っているが、まだ見てない。

(3) Bomford : Geodesy third edition pp. 40-42 この本にも多くの式が出てゐるが、式の導き出し方は旧版にかかれてゐるとされているが、まだ見てない。[(3) 式を変形した時ボムフォードの式と一致するわけがある]