

弾塑性構成式による地盤の応力解析

東北大学工学部 正 平井弘義
学 菅野高弘
学 高橋一朗

1 緒言

地盤の有限要素法による解析手法がさかんになるにつれて構成式を中心とした基礎式のより正確な表現形式が求められている。地盤の力学挙動を解析する場合非線形弾性や弾塑性として地盤をモデル化して行なわれるが、実験事実を適切に取り入れた構成式は数少ないように思われる。特に破壊と降伏の相違、降伏の判定など、考慮すべき課題は多いと考えられる。一方、金属を対象とした弾塑性プログラムが山田¹⁾によって提案されている。このプログラムは塑性変形が静水圧に依存しうる土質材料には適用できないが、山田の提案する方法は、土質材料などに対しても有用と考えられる。

そこで本研究においては山田による弾塑性プログラムを土質材料にも適用しうるように修正するために、まず降伏関数および硬化パラメータの形を提案する。それらをもとに応力-ひずみ関係を導き、また降伏の判定などについても検討を行なう。数値計算においては土質材料の実験結果を用いて地盤の応力状態を解析した。

2 降伏関数と応力-ひずみ関係

塑性挙動が静水圧に依存しうる材料に対して、著者の一人²⁾が先に提案した降伏関数を若干修正した次式を提案する。

$$f = J_2 + \beta I_1^2 + \gamma I_1 = 0 \quad (1)$$

ここに J_2 は偏差応力 T_{ij} の2次不変量、 I_1 は応力 T_{ij} の1次不変量、 β は材料定数、 γ は硬化パラメータである。硬化パラメータについては次式を提案する。

$$\dot{\gamma} = \phi_1 T_{ij}^i \dot{E}_{ij}^{(p)} / 3 + \phi_2 T_{ij}^i \dot{E}_{ij}^{(p)} \quad (2)$$

ここに $\dot{\gamma}$ は硬化パラメータの速度、 ϕ_1 と ϕ_2 は材料

定数、 $\dot{E}_{ij}^{(p)}$ は塑性ひずみ速度である。応力-塑性ひずみの関係は Prager によって与えられた式を用いると次のようになる。

$$\dot{E}_{ij}^{(p)} = \frac{1}{E} \frac{\partial f}{\partial T_{mn}} T_{mn} \frac{\partial f}{\partial T_{ij}} \quad (3)$$

ここに

$$\nu = - \left(\frac{\partial f}{\partial E_{kl}} + \frac{\partial f}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial E_{kl}^{(p)}} \right) \frac{\partial f}{\partial T_{kl}} \quad (4)$$

また弾性域においては次のようなフックの法則を用いる。

$$T_{ij} = C^{ijkl} E_{kl}^{(e)} \quad (5)$$

ここに C^{ijkl} は材料の弾性定数のテンソル、 $E_{kl}^{(e)}$ は弾性ひずみである。式(3)と(5)より全体の応力-ひずみ関係は次のように書ける。

$$T_{ij} = D^{ijkl} \dot{E}_{kl} \quad (6)$$

ここに

$$D^{ijkl} = C^{ijkl} - M^{ijkl} \quad (7)$$

$$M^{ijkl} = \frac{C^{ijpq} \frac{\partial f}{\partial T_{pq}} \frac{\partial f}{\partial T_{st}} C^{skel}}{-\frac{\partial f}{\partial f} \frac{\partial \gamma}{\partial E_{mn}^{(p)}} \frac{\partial f}{\partial T_{mn}} + C^{mnrs} \frac{\partial f}{\partial T_{mn}} \frac{\partial f}{\partial T_{rs}}} \quad (8)$$

3 降伏の判定

塑性変形に関する問題において、弾性状態の要素がいつ降伏し、塑性状態になるのか判定が必要となる。これに関する山田の方法を用いると次のようになる。まず初期応力状態 $T_{ij}^{(0)}$ が弾性域にあるとし、外荷重に ΔP の変化があった時、ある要素の応力変化は $\Delta T_{ij}^{(k)}$ となる。それゆえ、ある要素が降伏するためには次の条件を満足すればよい。

$$f(T_{ij}^{(0)} + \alpha \Delta T_{ij}^{(k)}) = 0 \quad (9)$$

ここに α は正の定数である。計算機プログラムでは

試験的荷重増分 ΔP を与え、物体内のすべての弾性要素について式(1)の σ を求めればよい。このようにして得られた最小値を σ_{min} とすれば、 σ_{min} の要素が次に降伏し、そのために必要な荷重増分は ΔP_{min} となる。

4 地盤の応力解析と考察

地盤の土質材料としては青山試料土の実験結果³⁾をもとにして次式を与える。

$$\beta = 0.052 \quad \gamma = 0.312 \text{ (初期降伏時)}$$

$$\phi_1 = 25.06 \quad \phi_2 = 8.38$$

(ϕ_{crit} の代わりに次の値を与える。

$$\text{ヤング率 } E = 1450 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{ポアソン比 } \nu = 0.45$$

$$\text{単位体積重量 } \gamma = 1.8 \text{ g/cm}^3$$

本解析結果の応力分布図を以下に示す。等方等質弾性地盤における応力分布図と比較すると、よく似た傾向が見られる。これはまだかなり残っている弾性域の影響を受けているものと思われ、さらに降伏域を広げて調べてみる必要がある。ここで σ については物体力として土の自重を考慮している。

図1 3.32 kgf/cm² 荷重時における降伏状態
(82 節点, 137 要素)

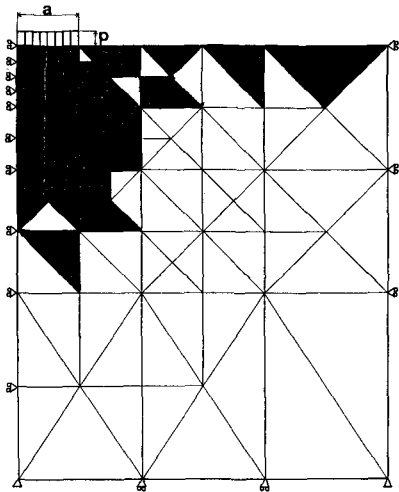


図2 水平直応力分布図

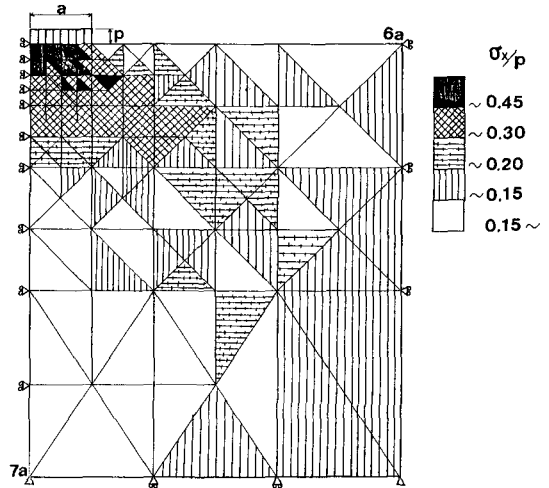
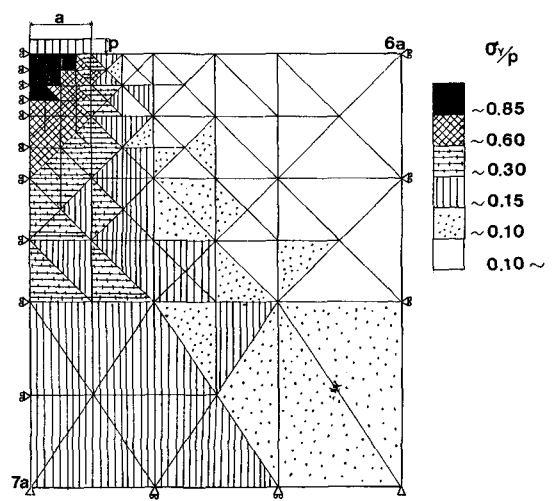


図3 鉛直応力分布図



参考文献

- 1) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 培風館, 1972
- 2) 平井, 佐武: 軟岩の降伏関数の提案と塑性挙動の記述(英文), 土木学会論文報告集 16320, 1982
- 3) 平井, 桑希: 弾塑性構成式の粘性土への適用性について, 東北支部技術研究発表会講演概要, 1982