

潜在土面上の応力比-歪増分比関係式の考察

東北大学工学部 正員 新朋 茂

1) はじめに

応力比-歪増分比関係式は、粒状体の構成方程式の研究における最も重要な関係式の一つであると考えられる。現在、この応力比-歪増分比関係式は、数種類⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾のものが提案されているが、これらの内で、松岡らは、砂や粘土の実験データを潜在土面上の応力比と歪増分比関係としてプロットした場合、応力経路とは無関係に、唯一の曲線となる興味深い特徴に注目して、微視的観点から、応力比-歪増分比関係式の誘導を行っている。

松岡らは、この関係式の誘導にあたり、粒状体弾性粒子モデルを用いて、一面せん断試験を行い、実験データを一面せん断試験の水平面は潜在土面と一致すると仮定して解析し、潜在土面上の粒状体の力学特性に関する幾つかの仮説を導入した。せん断中の主応力の回転を考えれば、潜在土面(応力の最大傾角面)は、一面せん断試験の水平面に一致するという仮定は成立せず、小田や落合らによって批判されている。^{(6) (7)}

本文は、非線形摩擦法則を用いて、巨視的観点から、潜在土面上の応力比-歪増分比関係式を導き、その誘導過程について、考察を行ったものである。

2) 非線形摩擦法則からの応力比-歪増分比関係式の誘導⁽⁸⁾

粒状体力学における非線形摩擦法則は、変形状態に依存する内部摩擦角 φ_d と潜在土面上の垂直応力 σ とせん断力 τ を用いて、

$$\tau/\sigma = \tan \varphi \quad (2.1)$$

と表現できると考えられる。粒状体の内部摩擦角 φ は粒子間の物理的摩擦角 φ_μ とダイレイタンス、すなわち粒子の幾何学的配列の変化に起因する摩擦角 φ_d の和より構成される⁽⁹⁾

$$\varphi = \varphi_\mu + \varphi_d \quad (2.2)$$

と記すことができる。一面せん断試験における最小体積状態のダイレイタンスの影響を含まない内部摩擦角を φ_μ と見なせば、 φ_d は最小体積状態前後の体積が増加または減少する状態の φ の φ_μ からの増減に対応する。すなわち、 $\tau_\mu/\sigma_\mu = \tan \varphi_\mu$ で与えられる応力比からの、変形に伴って生じる応力比 τ_d/σ_d の増減はダイレイタンスの効果によるものであり、また、ダイレイタンスによる散逸エネルギーは、せん断力によって供給されたエネルギーの一部であると考えられる。したがって、エネルギー保存則により

$$\sigma_d d\epsilon + \tau_d d\gamma = 0 \quad (2.3)$$

が成立する。ここに $d\gamma$ は潜在土面に沿うせん断歪増分、 $d\epsilon$ はこの面に垂直方向の歪増分、一面せん断試験ではダイレイタンスに対応する。上式より

$$\tan \varphi_d = \tau_d/\sigma_d = -d\epsilon/d\gamma \quad (2.4)$$

したがって、非線形摩擦則(2.1)は粒状体に対しては式(2.2)、(2.4)を用いて

$$\frac{\tau}{\sigma} = \tan[\varphi_\mu + \tan^{-1}(-\frac{d\epsilon}{d\gamma})] \quad (2.5)$$

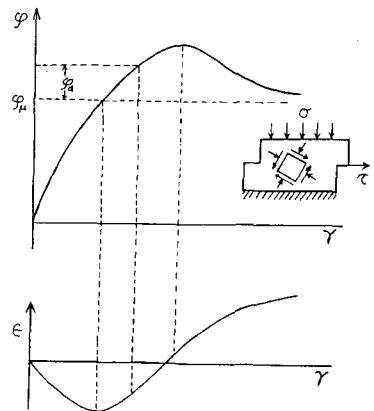


図-1

と記すことができる。式(2.5)は、 $0 \leq \tau/\sigma \leq 1$ で、下に凸な直線に近い曲線である。したがって、式(2.5)をテラー展開し、 $-d\epsilon/d\gamma$ の値が0と0.6 μ との曲線と交わる直線で単純に近似すれば、 $\tan \varphi_\mu = \mu$ と、

$$\frac{\tau}{\sigma} = \mu + (1+\mu^2)(1+0.6\mu)(-\frac{d\epsilon}{d\gamma}) \quad (2.6)$$

となる。軸対称及び立方体供試体の場合、潜在土面は、松岡らによって導入された空間滑動面に対応するものとすれば、 τ/σ と $d\epsilon/d\gamma$ は空間滑動面上の応力比 τ_{smp}/σ_{smp} 及び歪増分比

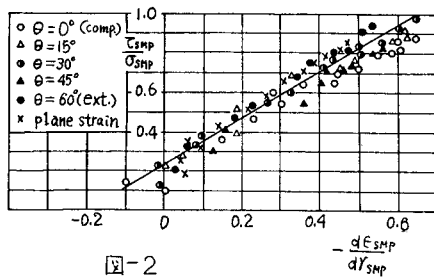


図-2

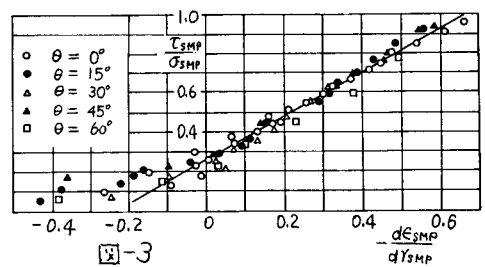


図-3

$d\epsilon_{smp}/d\gamma_{smp}$ で置き換えられ、式(2.6)は

$$\frac{\tau_{smp}}{\sigma_{smp}} = \mu + (1+\mu^2)(1+0.6\mu^2) \left(-\frac{d\epsilon_{smp}}{d\gamma_{smp}} \right) \quad (2.7)$$

となる。図-2、図-3は、松岡⁵⁾及び宮森¹⁰⁾の実測データと理論式(2.7)を比較したものである。

3) 考察

3.1) 幾何学的配列変化より生じる内部摩擦角 θ に関する考察

潜在せんり面近傍にある半径がそれぞれ r_1, r_2 の代表粒子A, Bの相対変形に注目し、粒状体粒子の幾何学的配列変化より生じる内部摩擦角について考察する。図-4に示すように、粒子Aが粒子Bに対し、相対的にせんり、中心Aが微小量 du だけへたつたA'に移動したとすれば、中心Aは、潜在せんり面と平行に $du \sin \theta$ 垂直方向に $du \cos \theta$ 移動したことになり、矩形ACBDは変形後平行四辺形A'CBD'になる。したがって、次式が成立する。

$$-d\epsilon = \frac{du \sin \theta}{(r_1 + r_2) \sin \alpha} \quad (3.1)$$

$$d\gamma = \frac{du \cos \theta}{(r_1 + r_2) \sin \alpha + du \sin \theta} \quad (3.2)$$

上式(3.2)の分母の有数量 $(r_1 + r_2)$ と微小量 du との間の関係

$$(r_1 + r_2) \gg du \quad (3.3)$$

を考慮すれば、式(3.1)(3.2)より

$$-\frac{d\epsilon}{d\gamma} = \tan \theta \quad (3.4)$$

また、上式と式(2.4)から

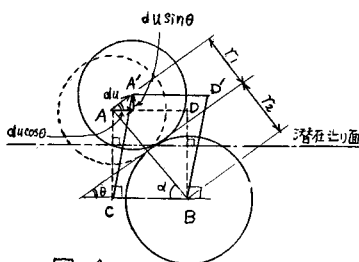


図-4

$$\theta = \varphi_d \quad (3.5)$$

が成立する。式(2.1)(2.2)(3.4)を最大強度時に適用すれば、NewlandとAlley¹¹⁾が示した関係に一致する。

3.2) 松岡らの誘導方法との比較考察

松岡⁵⁾が、光弾性粒状体モデルによる一面せん断試験から、潜在せんり面上の応力比-歪増分比関係を導くにあたって、行った仮定は、次のように要約できる。

- (i) 応力の最大傾角面は、一面せん断テストの水平面に一致する。
- (ii) 最大強度前の潜在せんり面上の粒子間接触角分布は三角形で近似できる。
- (iii) 間隔 $\Delta\theta$ 内の接触力 F_c は、その分布の頻度 N_c に比例する。
- (iv) 平均接触角 $\bar{\theta}$ の変化量 $\Delta\bar{\theta}$ は、せん断歪増分 $\Delta\gamma$ に等しい。

せん断中の主応力軸由の回転を考慮すれば、仮定(i)は当然成立しないものと考えられるが、この点について落合は小田・小田らの提案式 $\tau_{xy}/\sigma_{yy} = k \tan \psi$ (ψ : y 軸と最大主応力方向の成す角、 k : 定数)を用いて、詳細な理論的考察を行い、仮定(i)が一般に成立しないことを示している。仮定(ii)~(iv)については、限られた粒子数の集合体の解析から引き出されたものであるから、統計論的に確固とした基盤をもつものではないが、本文で述べた上記(i)~(iv)の仮定は全く使用しない巨視的方法によっても、松岡らの関係と同一形式の式(2.7)を導くことができる。更にこの式は、唯一の材料定数 μ で表現され、実測値と良く一致する。

参考文献

- (1) 村山翔郎、松岡元：京大防災研究所年報、第13号、B、1970、pp. 1-19。(2) 村山翔郎、松岡元：同上、第14号、B、1971、pp. 1-13。(3) 松岡元：同上、第15号、B、1972、pp. 1-13。(4) Matuoka, H.: Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, 1974, pp. 29-43。(5) Matuoka, H.: 同工、Vol. 16, No. 1, 1976, pp. 91-100。(6) 小田匡實：第28回土木学会年次学術講演会報告集、Ⅲ、1973、pp. 60-61。(7) 落合英俊：土木学会論文報告集、Vol. 15, No. 4, 1975, pp. 93-100。(8) 新開茂、佐武正雄：第31回応用力学連合講演会講演論議抄録集、1981、pp. 211-212。(9) Scott, R. F., Principles of Soil Mechanics, Addison-Wesley, 1963, pp. 308-310。(10) 宮森建樹：土木学会論文報告集、第255号、1976、pp. 81-91。(11) Newland, P. L., and Alley, B. H.: Geotechnique, Vol. 7, No. 1, 1957, pp. 17-34。