

移動荷重による二層地盤の動的応答

東北大学 正 柳沢栄司
。平井弘義

1. 緒言

列車が軟弱地盤上を通過する際、大きな変位が生じ、走行上の安全性から問題となっている。移動走行荷重による応力解析においては、地盤を半無限体と仮定して計算することが多いが、軟弱な地盤を考慮するためには、二層から成る場合を考えて解析を行う必要があると思われる。しかし、この種の研究はほとんどなされていないのが現状であり、層状地盤への地震波の入射などの問題と関連して重要な課題と考えられる。

そこで本研究においては、二層から成る弾性体を考え、その上を移動荷重が一定の速度で走行する定常的な状態について解析を行なう。数値計算においては二層の弾性係数などが相違による動的応答の特性について検討する。

2. 解析手法

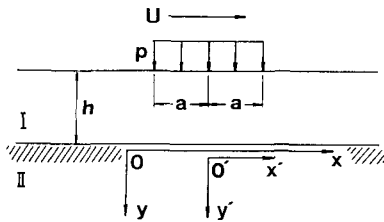


図1. 二層地盤上を移動する荷重と座標系

図1に示されるような二層地盤上を大さ
さの等分布荷重が一定速度 U で移動
するものとする。地盤は平面ひずみ状態に
あるとし、荷重の近傍は定常状態にあるも
のと仮定する。さて x, y を平空間 xz - yz -

と与わる媒質に固定した直角座標とし、媒質は均質、等方の線形弾性体と仮定する。平面ひずみ状態において、弾性変位は変位ポテンシャルを用いて表わせ、以下に基礎式を掲げる。

1) 变位

物質 I, II に対して ($i = 1, 2$)

$$\left. \begin{aligned} u_i &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x} - \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \\ v_i &= \frac{\partial \phi_i}{\partial y} + \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに u_i, v_i ($i=1, 2$) は物質 I と II に対する x と y 方向のそれぞれの変位であり, ϕ_i と ψ_i は変位ポテンシャルである。

2) 波動方程式

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \phi_1 &= \frac{1}{C_1^2} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2}, & \nabla^2 \psi_1 &= \frac{1}{C_2^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \phi_2 &= \frac{1}{d_1^2} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2}, & \nabla^2 \psi_2 &= \frac{1}{d_2^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに $v^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$, $C_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\rho_1}}$, $C_2 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}}$,
 $d_1 = \sqrt{\frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\rho_2}}$, $d_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\rho_2}}$ であり, λ_i と μ_i は Ω_i
 ρ_i ($i=1, 2$) はそれぞれ物質 I, II の
 Lamé の定数と密度である。

3) 能力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xi} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial u_i}{\partial x} + \lambda_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \sigma_{yi} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial v_i}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \sigma_{xyi} &= \mu_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに $i = 1, 2$ である。

4) 境界条件

 $q=0$ において

$$u_1 = u_2 \quad (4)$$

$$v_1 = v_2 \quad (5)$$

$$\sigma_{y1} = \sigma_{y2} \quad (6)$$

$$\sigma_{xy1} = \sigma_{xy2} \quad (7)$$

 $y = -h$ において

$$\sigma_{xy_1} = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_{y1} = \frac{2p}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin x \lambda}{\lambda} \cos x \lambda d\lambda \quad (9)$$

いま式(2)の解を求めるために二次元の Fourier 変換を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_i(\xi, \eta, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(x, y, t) e^{i(\xi x + \eta y + \omega t)} dx dy dt \\ \bar{\psi}_i(\xi, \eta, \omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_i(x, y, t) e^{i(\xi x + \eta y + \omega t)} dx dy dt \end{aligned} \right\} (10)$$

式(10)と(2)より次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_1}{\partial \xi^2} - k_1^2 \bar{\varphi}_1 &= 0, & k_1^2 &= \xi^2 - (\omega/c_1)^2 \\ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_2}{\partial \xi^2} - k_2^2 \bar{\varphi}_2 &= 0, & k_2^2 &= \xi^2 - (\omega/c_2)^2 \\ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_3}{\partial \xi^2} - k_3^2 \bar{\varphi}_3 &= 0, & k_3^2 &= \xi^2 - (\omega/d_1)^2 \\ \frac{\partial^2 \bar{\varphi}_4}{\partial \xi^2} - k_4^2 \bar{\varphi}_4 &= 0, & k_4^2 &= \xi^2 - (\omega/d_2)^2 \end{aligned} \right\} (11)$$

境界条件を考慮に入れて式(11)の解のう次の形を変位ポテンシャルとして用いる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_1 &= A_1 \cosh k_1 l y + A_2 \sinh k_1 l y \\ \bar{\varphi}_2 &= B_1 \cosh k_2 l y + B_2 \sinh k_2 l y \\ \bar{\varphi}_3 &= C e^{-k_3 l y}, & \bar{\varphi}_4 &= D e^{-k_4 l y} \end{aligned} \right\} (12)$$

さて式(12)を境界条件に代入してみる。まず式(4)(5),(6),(7)より次式をうる。

$$-i\xi A_1 + k_2 B_2 = -i\xi C - k_4 D \quad (13)$$

$$k_1 A_2 + i\xi B_1 = -k_3 C + i\xi D \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \frac{\omega^2}{c_1^2} A_1 + 2\mu_1 (k_2^2 A_1 + i\xi k_2 B_2) \\ = -\lambda_2 \frac{\omega^2}{d_1^2} C + 2\mu_2 (k_3^2 C - i\xi k_3 D) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mu_1 [-2i\xi k_1 A_2 + (\xi^2 + k_1^2) B_1] \\ = \mu_2 [2i\xi k_3 C + (\xi^2 + k_3^2) D] \end{aligned} \quad (16)$$

さらに境界条件式(8)と(9)に式(13)~(16)を代入して整理すると次式をうる。

$$EC + FD = 0 \quad (17)$$

$$GC + HD = 2p \frac{\sin a\xi}{\xi} \delta(\xi U + \omega) \quad (18)$$

ここに $\delta(\xi U + \omega)$ は Delta 関数である

$$\begin{aligned} E = & \left\{ 2[2(1-n) + nT_3^2(R_2+2)\sqrt{1-T_1^2} \sinh k_1 h \right. \\ & - \{ \sinh k_1 h + (1-T_2^2) \sinh k_2 h \} \frac{1}{\sqrt{1-T_2^2}} \{ R_2 n T_3^2 - R_1 T_1^2 \\ & - 2(\kappa(1-T_3^2) - 1 + T_1^2) \} / \{(2+R_1)T_1^2\} \\ & + 2\sqrt{1-T_3^2} \{ (1-n-T_2^2) \cosh k_1 h + (n-1)(1-T_2^2) \cosh k_2 h \} / (-T_1^2) \\ & \left. \right\} \xi \xi \xi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F = & \left\{ [-4(n-1)\sqrt{1-T_1^2}\sqrt{1-T_2^2} \sinh k_1 h - \{ \sinh k_1 h + (1-T_2^2) \sinh k_2 h \} \right. \\ & \cdot \frac{\sqrt{1-T_2^2}}{1-T_2^2} \{ 2(1-n) - (2+R_1)T_1^2 \} / \{(2+R_1)T_1^2\} + \{ \cosh k_1 h \{ 2(1-n) \\ & - 2T_2^2 + nT_4^2 \} - (1-T_2^2) \cosh k_2 h \{ 2(1-n) + nT_4^2 \} \} / (-T_1^2) \left. \right\} \xi^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G = & \left\{ [2 - (2+R_1)T_1^2 \{ 2(1-n) + nT_3^2(R_2+2) \} \cosh k_1 h - 2\{ R_2 n T_3^2 - R_1 T_1^2 \right. \\ & - 2(\kappa(1-T_3^2) - 1 + T_1^2) \} \cosh k_2 h] / \{(2+R_1)T_1^2\} + \{ -2 + (2+R_1)T_1^2 \} \\ & \cdot \frac{\sqrt{1-T_3^2}}{\sqrt{1-T_2^2}} \{ 2(\kappa-1) + T_2^2 \} \sinh k_1 h + 4\sqrt{(1-T_2^2)(1-T_3^2)} \sinh k_2 h \\ & \left. \right\} / (-T_1^2) \left. \right\} \xi^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H = & \left\{ [\{ 2 - (2+R_1)T_1^2 \} (\kappa-1) \cosh k_1 h + \{ 2(1-n) - (2+R_1)T_1^2 \} \cosh k_2 h \right. \\ & \cdot \sqrt{1-T_2^2} / \{(2+R_1)T_1^2\} + \{ -2 + (2+R_1)T_1^2 \} \frac{1}{\sqrt{1-T_1^2}} \{ 2(1-n) - T_2^2 + nT_4^2 \} \\ & \cdot \sinh k_1 h - 2\sqrt{1-T_2^2} \{ 2(\kappa-1) - nT_4^2 \} \sinh k_2 h \} / (-T_1^2) \left. \right\} \xi \xi \xi \end{aligned}$$

ここに $R_1 = \lambda_1/\mu_1$, $R_2 = \lambda_2/\mu_2$, $n = \mu_2/\mu_1$, $T_1 = U/c_1$, $T_2 = U/c_2$, $T_3 = U/d_1$, $T_4 = U/d_2$ である。

3. 数値計算と考察

$v_1 = 0.45$, $v_2 = 0.35$, $\rho_1 = 1.88 \text{ g/cm}^3$, $\rho_2 = 2.39 \text{ g/cm}^3$, $\mu_1 = 500 \text{ kg/cm}^2$, $U = 100 \text{ km/h}$ の場合について, $y = -0.8 \text{ h}$ における σ_y の分布を図2に示す。ただし $n=1$ は $v_1 = 0.45$, $\rho_1 = 1.88 \text{ g/cm}^3$ に対してである。 $n=1$ のとき荷重近傍では引張応力が生じている。しかし n が大きくなるにつれて, 引張応力が顕著に現れ, 圧縮応力も大きくなる。一層地盤のとき, 移動速度の増大と共に上述と類似の傾向を示し, 静的な二層問題では n が大きくなるほど圧縮応力が大きくなる, この結果と関連性が見られる。

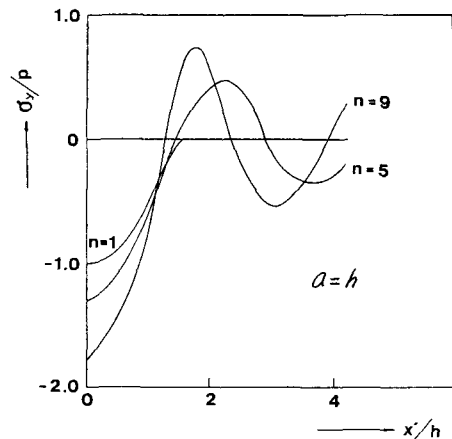


図2. σ_y の分布 ($y = -0.8 \text{ h}$)

1) J. Cole, and J. Huth: Journal of Applied Mechanics, Dec. 1958, pp 433-436.