

東北大学大学院 学生員 田中 仁
東北大学工学部 正 員 菅藤伸夫

1. はじめに

一方向流場、波動場のいずれにおいても、底面の摩擦の変化に伴ない、様々な河床形態が発生することはよく知られている。すなわち、前者においては、推移力が限界値を越えて砂が動き始めると、河床には、砂連、及び砂堆と呼ばれる波形が発生する。流速が増すと、河床波は押し流され、平坦河床となる。さらに流速を増加すると、表面波と同位相で上流に進む反砂堆が発生する。一方、波動場においては、砂移動限界を越えると、砂連が発生するが、底面の水粒子運動が大きくなると砂連は消滅し、シートフロー状態の砂移動となる。このように、平坦河床とシートフローとは、互いに狭く似た形態である。本論文では、粗面平板境界層理論をもとにして、両者の発生限界の関連性について考察する。

2. 平板に沿う粗面乱流境界層

平板境界層流れをもとに、一方向流における水深と振動流における底面水粒子移動振幅 a_m との等価性について考える。諸元を図1で定義する。Rosen¹⁾によれば、

$$\frac{\delta_1}{R_s} = \frac{u_*}{u_{*c}} \exp\{-\kappa(C_{r0} + K)\} \exp\left\{\kappa \frac{u_{*c}}{u_*}\right\} \quad (1)$$

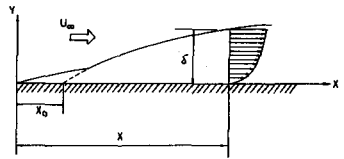


図1. 平板境界層

$$\frac{x - x_0}{R_s} = \left[\left(\frac{u_{*c}}{u_*} - \frac{2}{\kappa} - I \right) \exp\left(\kappa \frac{u_{*c}}{u_*}\right) + \frac{2}{\kappa} \exp(\kappa I) \right. \\ \left. + 2I \left\{ Ei\left(\kappa \frac{u_{*c}}{u_*}\right) - Ei(\kappa I) \right\} \right] \exp\{-\kappa(C_{r0} + K)\} \quad (2)$$

ここで、 δ_1 : 排除厚、 R_s : 相当粗度、 u_{*c} : 摩擦速度、 $\kappa = 2.4$ 、 $C_{r0} + K = 7.1$ 、 $I = 6.2$ 、 $Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$ である。
ここで、境界層内 K 対数則を仮定すれば次式を得、 δ と δ_1 の関係がわかる。

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{1}{\ln(30\delta/R_s)} \quad (3)$$

式(1)、(2)、(3)を用いれば、 $\delta/(x - x_0)$ を $(x - x_0)/R_s$ の関数として表わすことができた(図2)。
回帰式は次式で表わされる。

$$\frac{\delta}{x - x_0} = 0.162 \cdot \left(\frac{x - x_0}{R_s} \right)^{-0.193} \quad (4)$$

さて、一方向流においては、境界層が水表面まで達している。すなわち、 δ は、 x と等価であると考えられる。一方、振動流においては、 $u_{*c} = 0$ の位相から半周期に渡り、境界層厚が成長し、後半の半周期には、流れが逆向きとなり、同様の現象が繰り返されるものと考

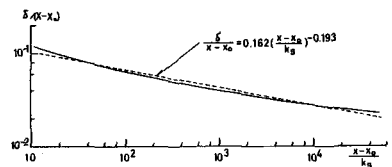


図2. 境界層厚と

える。よって、図1の x は、 $2a_m$ と等しいと仮定する。ただし、振動流においては、 u_{*c} が時間的に変化しており、上記の類推は、かなり大胆なものである。式(4)で $x_0 = 0$ とおき、 δ および x を、それぞれ、 R および $2a_m$ と置き換え、次式を得る。

$$R/R_s = 0.283 (a_m/R_s)^{0.807} \quad (5)$$

上式を、開水路抵抗式、

$$f_{cu} = 0.32 \left\{ \ln(R/R_s) + 2.40 \right\}^{-2} \quad (6)$$

K代入し、振動流に対する摩擦係数 f_w を得る。

$$f_w = 0.32 \{0.007 \ln(am/R_s) + 1.14\}^{-2} \quad (7)$$

式(7)は、図3中K示されており、Jonssonらの提案している従来の摩擦係数に近い値を与える。よって、式(6)の妥当性や、ある程度、示されたと考えられる。

3. シートフローと平坦河床

シートフローの発生限界としては、次式が提案されている。

$$\bullet \text{Dingler・Imman}^{(2)}: \hat{U}_w^2 / sg d = 240 \quad (8.a)$$

$$\bullet \text{香取、渡辺、根川}^{(3)}: \frac{1}{2} f_w \hat{U}_w^2 / sg d = 0.5 \sim 2.6 \quad (8.b)$$

また、平坦河床の発生限界については、式(9)がある。

$$\bullet \text{Garde・Raju}^{(4)}: I/s = 0.02 (R/d)^{1/2} \quad (9)$$

ここに、 $\hat{U}_w$:微小振幅振動論による底向水粒子速度の振幅、 s :砂の水中比重、 g :重力加速度、 d :底質粒径、 I :エネルギー勾配、 R :径深である。

以下では、式(9)を変形し、式(10)と比較する。この際、一方向流場におけるシールズ数 ψ_c と、振動場における ψ_c は、等価であるとし、また、 $R_s = d$ 、 $\alpha = R$ と置く。

式(8.b)において、 $\psi_w = \psi_c$ と置く。

$$\psi_c = RI / sd = 0.5 \sim 0.6 \quad (10)$$

式(8.a)の両辺に $f_w/2$ をかけると、左辺は ψ_w となる。右辺の f_w には、D'Wartによる陽関数表示式、 $f_w = \exp\{-5.48 + 5.21(am/R_s)^{-0.194}\}$ を代入する。左辺を ψ_c と置き、右辺に式(10)を代入すると、次式を得る。

$$\frac{RI}{sR_s} = 0.303 \exp\{3.85 \left(\frac{R}{R_s}\right)^{-0.24}\} \quad (11)$$

式(9)、(10)、(11)を比較したのが図4である。図中で、遷移域と、砂連・砂堆領域の境界が式(9)である。一方、 $\psi_c \sim R/R_s$ 、 $\psi_w \sim am/R_s$ の関係を示したのが図5である。図5より、 $am/R_s \geq 10^4$ において、式(8)と式(9)は近い値を与える。振動流場において、 am/R_s が小さい領域では、非定常性が強いが、これが大きくなるにつれて、定常運動に近くなり、砂連の有無境界の X カーブが、定常流における ψ_c に近づいていくものと考えられる。金子によれば、振動流における砂連スケールは、 $am/R_s \geq 500$ において、一方向流れの ψ_c に漸近して行く。以上のことから、 $am/R_s = 10^3 \sim 10^4$ において振動流場と一方向流場とで、砂移動の X カーブが類似したものでなると言える。

4. 結語

平板境界層をもとにして、シートフローと平坦河床の類似点を見い出すことができた。今後、波・流れが共存する場合も同様、砂移動の形態を一般的にまとめることを考えている。

《参考文献》

- 1) J.C. Rotta: Turbulente Strömungen 2) Dingler, J.R. and D.L. Imman, Proc. 15th ICC (1976), 3) 香取、渡辺、根川, 第27回海峽論文集(1980)
- 4) Garde, R.J. and R. Raju, Proc. ASCE, HY11(1983) 5) 金子, 第27回海峽論文集(1980)

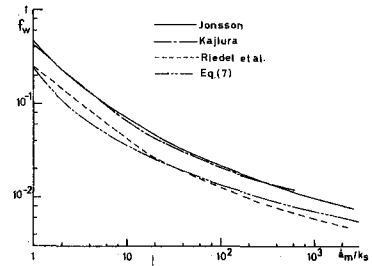


図3. 振動流摩擦係数

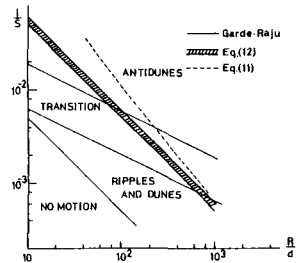


図4. シートフローと平坦河床 (1)

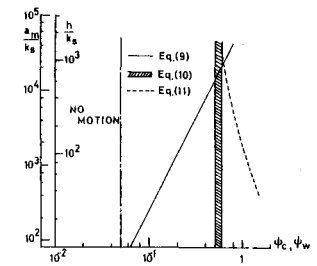


図5. シートフローと平坦河床 (2)