

東北大学工学部 学生員 ○室井 進次
東北大学工学部 正会員 後藤 智明
東北大学工学部 正会員 首藤 伸夫

1. 序; 波打ち上げ帯の水理解明のため, Dry bed上の波の挙動について, 水理実験から得られた波先端の軌跡と2つのモデルから得られる軌跡を比較した。モデルに必要な定数は入射波特性であたえられる。

2. 実験; 実験は長さ8m, 幅30cm, 高さ50cmの水路を用い, 一端に斜面勾配1/20を設置した。Boreタイプの波は, 水路の一端に貯えた水をその仕切りを瞬時に取りはずすことによって発生させた。貯水長さ及び貯水水深を変化させることにより異なった波高, 同期の波を得ることができた。波先端の軌跡は斜面に沿って設置した容量式波高計で測定した。入射波形は静水汀線付近に設置した容量式波高計により測定した。

3. 理論

モデル1; a)仮定 浅水理論が成立するが波先端に乱れの卓越した領域が存在するとし, ここでは断面平均流速が進行速度と一致する。

b)座標系と方程式 図-1に座標系を示す。

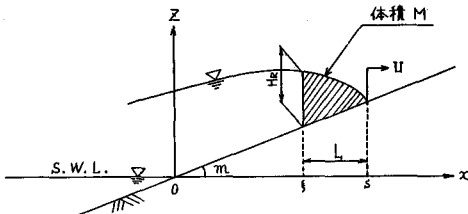


図-1

浅水理論に摩擦を考慮した式を $x = \xi$ から S まで積分すると次式を得る。

$$\frac{dM}{dx} = (U_R - \frac{d\xi}{dx}) H_R \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}(UM) - U_R H_R (U_R - \frac{d\xi}{dx}) - \frac{g}{2} H_R^2 + gM + FL = 0 \quad (2)$$

ここで, g は重力加速度, F は摩擦力であり, Darcy Chezy, Manning 則に対してそれぞれ fu^2 , gu^2/C_h^2 , $gm^2u^2/H^{1/3}$ である。 $x=0$ での値を添字0で表わし $H_R = H_0(1-\alpha t)$, $U_R = U_0(1-\alpha t/2)$, $d\xi/dx = U_0(1+\alpha t)$ とする。

$dL/dt = U - U_0(1+\alpha t)$ と近似する。 α , r は定数である。式(1)は,

$$M = M_0 - \frac{1}{2} H_0 U_0 (\alpha + 2r) \left(\frac{1}{2} t^2 - \frac{1}{3} \alpha t^3 \right) \quad (3)$$

となる。また, U を次のように近似する。

$$U = U_0(1 + At + Bt^2) \quad (4)$$

式(3), (4)を式(1), (2)に代入して式(2)の x^0 , x^1 の項を比較すると, Darcy 則に対して次式を得る。

$$U_0 A = -gm - \frac{f U_0^2 L_0 - g H_0^2/2}{M_0} \quad (5)$$

よって, $F_R = H_0^2/2M_0$, $F_* = f U_0^2 L_0 / g H_0$ とおいて積分すると求める理論軌跡は

$$S = U_0 t - \frac{1}{2} g [m + F_* - F_R] t^2 \quad (6)$$

となる。

モデル2; 座標系はモデル1と同じである。

a)基本方程式; 浅水理論に Darcy-Weisbach の形の底面摩擦を入れたものである。

b)仮定; 波先端では $H \rightarrow 0$ であるから, 連続の式より $dH/dt = 0$, 運動方程式より $f|u|u/H \rightarrow \infty$ で, dH/dt , gm は有限値であるから $\partial H/\partial x \rightarrow -\infty$ でなければならない。すなわち, 圧力勾配と底面摩擦の釣合いが第一近似として成立するものとする。 $-g\partial H/\partial x - f|u|u/H = -\partial H/\partial x$ (有効圧力勾配) とすると, 摩擦の影響も有効圧力勾配の中に含まれ, $du/dt = -g\partial H/\partial x - gm$ となる。 gH_0 , gH_1 を摩擦と釣合う圧力, 波先端を動かす圧力とすると $H = H_0 + H_1$, $g\partial H_0/\partial x + f|u|^2/H = 0$ となる。

c)式の展開; 波先端を添字 f で表わし, $H \rightarrow 0$ から

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) = -2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_f \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_f \quad (8)$$

となる。次に波先端では常に摩擦と釣合う圧力勾配と有効圧力勾配の比が一定であると考えるならば, 次式を得

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f = -2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_f \left(\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f \quad (9)$$

上の微分方程式を解くために、一般に流速変化は水面変動により生じることと考えて以下のような仮定をする。

$$-2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_f = \omega' \left(-\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f \quad (10)$$

ここで、 ω' は係数である。これより解くべき方程式系は、

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(-\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f + \omega' \left(-\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f^2 = 0 \\ \frac{du}{dt} = g\left(-\frac{\partial H_1}{\partial x}\right)_f - gm \end{cases} \quad (11)$$

であり、境界条件は、 $t=0$ で $(-\partial H_1/\partial x)=a>0$ 、 $u=0$ 、 $x=0$ である。以上を解くと理論軌跡は次式となる。

$$s = -\frac{2g}{\omega'} \left\{ \frac{2}{\omega'} \ln\left(\frac{1}{2}\sqrt{a}\omega' t + 1\right) - \sqrt{a}t \right\} - \frac{g}{2} m t^2$$

4. 理論曲線と実験曲線の比較；以上の理論曲線における各係数を実験曲線の最大遡上点の時間と距離から求めた例を表-1に示す。このうち、流速初期値 U_0 を与えるためフルード数を図-2にイリバーレン数の関数として示した。イリバーレン数に依存する傾向はあるがバラツキが大きいため、以下の理論計算では平均値1.89を使用した。計算結果のうち良好なものを図-3に示す。

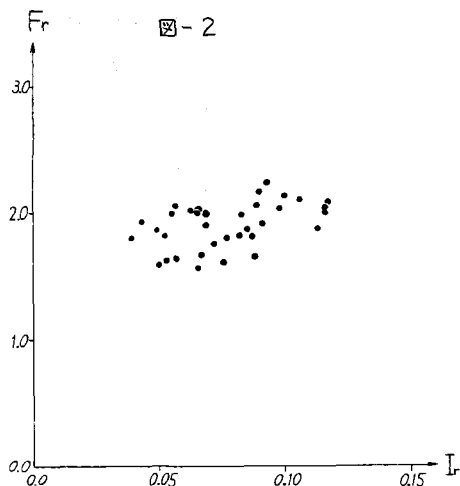
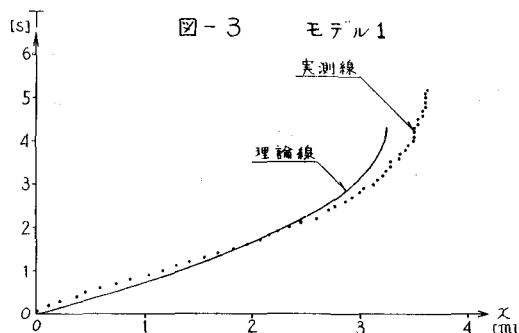


表-1

No	Fr	f	C _a	η	ω [1/s]	a
1	1.73	0.0025	63.3	0.0876	14.2	0.5
2	1.78	0.0052	43.3	0.0144	28.3	13.6
3	1.61	0.0061	38.5	0.0160	33.5	14.5
4	2.00	0.0021	67.3	0.0085	22.5	2.7
5	2.05	0.0051	43.8	0.0131	29.9	9.1
6	2.10	0.0048	45.4	0.0133	47.2	563.0
7	1.90	0.0024	64.7	0.0086	20.5	1.4
8	1.99	0.0014	82.5	0.0063	40.6	8.6
9	1.93	0.0024	64.3	0.0089	25.2	3.5
10	1.99	0.0019	71.8	0.0073	45.1	17.0
11	1.81	0.0053	41.0	0.0146	46.1	124.0
12	1.62	0.0027	60.1	0.0094	25.1	18.4
13	2.12	0.0033	54.3	0.0101	65.5	1020.0
14	1.80	0.0042	48.5	0.0116	17.1	0.9
15	2.03	0.0030	57.2	0.0092	15.0	0.6



5. 結果の考察

実験曲線と理論曲線を比較した場合、 $x-t$ 平面上の面積誤差は2理論曲線ともほぼ同じであるが、モデル1は実験軌跡より初期において右へより、モデル2では最大遡上点を合せた場合でも左へよる傾向がある。また、モデル1の場合、遡上高さの計算値は2割程度の誤差を生ずる。