

1. まえがき 津波の逆上高に就する実験式が時々提案されてゐる。しかし、これ等の式は沖2"の波
形断面である。浅水度のみで表現されてゐる。すなわち、本研究は沖2"の場合に限らず、逆上高
には同時に非線形性の程度を示す相対水深も重要な因子であることを理論的に示そうとするものがある。

2. 相対逆上高 $\frac{R}{H_0}$ 右図に示す領域の津波
の逆上を考へる。今、仮りに図に示す無限に続く假想斜
面を考へると、この斜面上の浅水理論に基づく定常波は

$$\eta = \frac{a}{4g} J_0(mr) \sin m\lambda - \frac{a^2}{2g\sigma^2} J_1^2(mr) \cos^2 m\lambda \dots (1)$$

こゝで、 $\sigma = 4\sqrt{g(h+2)}$ 、 $\lambda = 2u + 2\lambda_0$ 。この0時の最
大逆上高は $m\sigma = 0$ のとき(1)式に代入して

$$R = \frac{a}{4g} \dots (2)$$

(1)式は入射波と反射波に分離可能で注意水深におけ
る入射波高を知ることで求まる。これを(2)式と組み合
せれば相対逆上高を知ることで求まる。今、この注意水
深とし2図に示す断面I-I'の水深を考へれば本研究の
領域形状の相対逆上高を知ることで求まる。

(A) $m\sigma > 1.2$ のとき (斜面がゆるやかな場合)

このとき、Bessel関数は次の様に近似される。

$$\left. \begin{aligned} J_0(mr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \cos(mr - \frac{\pi}{4}) \\ J_1(mr) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \sin(mr - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

よつて、(1)式は

$$\eta \approx \frac{a}{4g} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} (\sin(mr + m\lambda - \frac{\pi}{4}) - \sin(mr - m\lambda - \frac{\pi}{4})) - \frac{a^2}{4g\pi m\sigma^2} (\sin(mr + m\lambda - \frac{\pi}{4}) + \sin(mr - m\lambda - \frac{\pi}{4})) \dots (4)$$

こゝで、右辺の1 - 3項は反射波、1 + 2項は入
射波を示す。これを(2)式から明らかである。たとへば、
非常に判り易い場合を考へて、 $\eta \ll h$ のとき

$$\begin{aligned} \sin(mr - m\lambda - \frac{\pi}{4}) &= \sin(4\pi\sqrt{g(h+2)} - 2m\lambda - 2m\lambda_0 - \frac{\pi}{4}) \\ &\approx \sin(4\pi\sqrt{gh} + 2\pi\sqrt{gh} \frac{2}{h} - 2m\lambda - 2m\lambda_0 - \frac{\pi}{4}) \\ &\approx \sin(4\pi\sqrt{gh} - 2m\lambda_0 - \frac{\pi}{4}) \dots (5) \end{aligned}$$

上式は水深 h の入射波を示してゐる。こゝで、 $2m\lambda_0 T$
 $= 2\pi$ より $m = \pi/\lambda_0 T$ 。よつて、(4)式から水深 h の入
射波形は

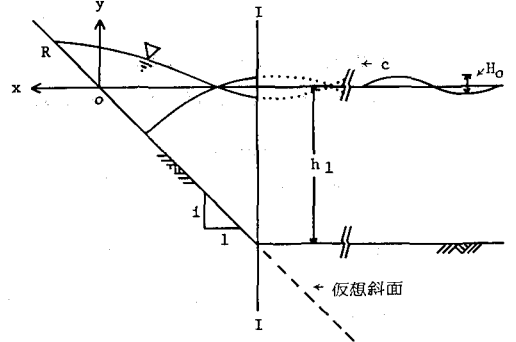


Fig. 1 Definition sketch

$$\eta \approx -\frac{a}{4g} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \sin(mr - m\lambda - \frac{\pi}{4}) \dots (6)$$

今、水深 h とし2断面I-I'の水深を考へることによ
る。この水深における入射波の最大水位上昇は

$$\sin(mr - m\lambda - \frac{\pi}{4}) = -1 \dots (7)$$

を満足する0時2"、この0時の $m\sigma$ は

$$\parallel \eta \parallel_{h=h_1} \approx \frac{a}{4g} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \dots (8)$$

よつて、水深 h の入射波高 H_0 は

$$H_0 = 2 \parallel \eta \parallel_{h=h_1} \approx \frac{a}{4g} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \dots (9)$$

よつて、上式の H_0 を知るには(7)式を満足する $m\sigma$ 、
または λ (定常波の波長) を知らねばならぬ。よ
れは(4)式に(7)式の関係を代入して導かれる次式か
ら知ることが出来る。

$$\eta \approx \frac{a}{4g} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} (1 + \sin(2mr)) + \frac{a^2}{4g\pi m\sigma^2} (1 - \sin(2mr)) \dots (10)$$

非常に近い近似で(10)式から次式を得る。

$$\eta \approx \frac{4A(1 + \sin(8\pi \frac{L}{L_0}))}{(32/2\pi h_1 (\frac{L}{L_0})^2 + A^2(1 + \sin(8\pi \frac{L}{L_0})))} h_1 \dots (11)$$

こゝで、 L は斜面長、 L_0 は沖2"の入射波長。

次に相対逆上高は(2)、(9)、(11)式から

(1) 首藤・松尾：第12回海議論議集，pp.176-179, 1965.

$$\frac{R}{H_0} \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{(1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0}))} \left(\sqrt{16(\frac{\rho}{L_0})^2 + 1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0})} - 4(\frac{\rho}{L_0}) + 1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0}) \right) (\frac{\rho}{L_0})^{\frac{1}{2}} \dots (12)$$

すなわち、 $\frac{H_0}{h_1} \rightarrow 0$ のとき (12) 式は

$$\frac{R}{H_0} \approx \sqrt{2\pi} (\frac{\rho}{L_0})^{\frac{1}{2}} \dots (13)$$

上式は首藤・松村の解である。

(B) $0.5 < m\sigma < 1.2$ のとき ($\pi/6.99 < m$ の範囲) は、津波の領域に含まれる。

このとき、Bessel 関数 1 次式の近似に近似的である。

$$\left. \begin{aligned} J_0(m\sigma) &\approx \sqrt{\frac{2}{m\sigma}} \left(1 - \frac{9}{128} (m\sigma)^2 \right) \cos(m\sigma - \frac{\pi}{4}) \\ J_1(m\sigma) &\approx \sqrt{\frac{2}{m\sigma}} \left(\sin(m\sigma - \frac{\pi}{4}) + \frac{3}{8m\sigma} \cos(m\sigma - \frac{\pi}{4}) \right) \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

(A) と (B) の両方ともを考慮して、相対的な高さは

$$\frac{R}{H_0} \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{(1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0})) (1 - \frac{9}{2048\pi^2} (\frac{\rho}{L_0})^2)} \left(\sqrt{16(\frac{\rho}{L_0})^2 + 1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0})} - 4(\frac{\rho}{L_0}) + 1 + \sin(8\pi \frac{\rho}{L_0}) \right) (\frac{\rho}{L_0})^{\frac{1}{2}} \dots (15)$$

すなわち、 $\frac{H_0}{h_1} \rightarrow 0$ のとき (15) 式は

$$\frac{R}{H_0} \approx \frac{\sqrt{2\pi}}{(1 - \frac{9}{2048\pi^2} (\frac{\rho}{L_0})^2)} (\frac{\rho}{L_0})^{\frac{1}{2}} \dots (16)$$

さらに、 $(\frac{\rho}{L_0})$ の大きい場合を考慮すると (13) 式と一致する。

(C) $m\sigma \approx 0$ のとき (斜面が急な時)

このとき、Bessel 関数は

$$\left. \begin{aligned} J_0(m\sigma) &\approx 1 - \frac{1}{4} (m\sigma)^2 \\ J_1(m\sigma) &\approx \frac{1}{2} m\sigma - \frac{1}{16} (m\sigma)^3 \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

相対的な高さは

$$\frac{R}{H_0} \approx \frac{1}{1 - 4\pi^2 (\frac{\rho}{L_0})^2 (1 + \frac{H_0}{h_1})} \dots (18)$$

すなわち、 $\frac{H_0}{h_1} \rightarrow 0$ のとき (18) 式は

$$\frac{R}{H_0} \approx \frac{1}{1 - 4\pi^2 (\frac{\rho}{L_0})^2} \approx \frac{1}{J_0(4\pi \frac{\rho}{L_0})} \dots (19)$$

3. 砂波条件 (1) 式の波先端部 2" Carrier-GreenSPAN 変換が可能となり、津波の相対的な高さを求めると、

$$\frac{R}{H_0} = \frac{1}{4\pi^2} (\frac{\rho}{L_0})^{-2} (\frac{H_0}{h_1})^{-1} \dots (20)$$

4. 2" 及び Carrier-GreenSPAN 変換が可能

2" がある波を対象とし、津波の相対的な高さを理論的に考察した。その結果、周期が長く斜面が急な場合の津波の相対的な高さは非線形性の程度を示す相対水深の影響を強く受けることを示した。

謝辞

本研究を遂行するに当たり、東京大学 首藤伸夫教授より Carrier-GreenSPAN 変換の基本的な考え方と数値的検証を示していただいた。ここに記し、深甚なる感謝の意を表します。

Fig. 2 Relative Run-up height

