

東北大学 学生員 ○ 栗原 徹郎

東北大学 学生員 戸谷 有一

東北大学 正 員 尾坂 芳夫

1. まえがき

構造物の各種限界状態に対する安全性を確率統計理論を用いて解析する手法は、その理論の厳密さと安全性の確保の仕方により水準Ⅲ、Ⅱ、Ⅰに大別することができる。水準Ⅲは完全な確率論的方法であり、水準Ⅰはいわゆる部分安全係数法である。これに対し水準Ⅱは、確率理論や不確実性の記述において単純化あるいは近似的取り扱いを行う方法で、限界状態に対する安全性の評価検証は安全性指標 β 又はこれと等価な尺度を用いて行い、さらに各構造変数に用いられる部分安全係数は安全性指標に対応して求めることができる。しかし水準Ⅱの方法より得られる部分安全係数は、限界状態式(g_i 関数)の中に含まれるすべての構造変数のパラメーターの関数であり、設計条件ごとに变化する。部分安全係数設計法がより実用的なものである為には、1組の部分安全係数が広範囲の設計条件に対して適用できると共に、目標とする安全性水準とのズレが小さなものでなければならない。

本研究は、構造変数を、強度を表わす確率変数 R 及び荷重を表わす確率変数 F の2変数とし、各種分布形の組み合わせに対して実用的部分安全係数評価の可能性を検討したものである。

2. 理論の展開及び結果

g_i 関数としては次の4式を用いた。

$$\textcircled{a} R - F = 0 \quad \textcircled{b} \ln R - F = 0 \quad \textcircled{c} R - \ln F = 0$$

$$\textcircled{d} \ln R - \ln F = 0$$

これらの g_i 関数はそれぞれ $\textcircled{a} N-N$ $\textcircled{b} LN-N$

$\textcircled{c} N-LN$ $\textcircled{d} LN-LN$ (N :正規分布 LN :対数正規分布)

に対応するものである。以下では $\textcircled{b}$ 式を用いて理論の展開を行ってゆく。

R 及び F の平均値変動係数をそれぞれ $\bar{R}, \bar{F}, V_R, V_F$ とする。すると $P(\ln R)$ の平均値 $\bar{P}$ 、変動係数 V_P は、 $\textcircled{b}$ 式のように近似的に表わすことができる。

$$\bar{P} = \ln \bar{R} \cdots \textcircled{1} \quad V_P = V_R / \bar{R} \cdots \textcircled{2}$$

この変換式を用い、さらに $\textcircled{c}$ $\textcircled{d}$ 式により標準化を行うと $\textcircled{b}$ 式は $\textcircled{5}$ 式のようになる。

$$z = (P - \bar{P}) / \sigma_P \cdots \textcircled{3} \quad f = (F - \bar{F}) / \sigma_F \cdots \textcircled{4}$$

$$g_b = S \cdot \exp\{z V_R - (1 + f V_F)\} = 0 \cdots \textcircled{5}$$

ここで σ_P, σ_F は、 P, F の標準偏差であり、 $S (= \bar{P} / \bar{F})$ は中央安全率である。

標準化空間における原点から $g_b = 0$ までの距離は $z + f$ であり、Hasofer, Lindの定義による安全性指標 β^* は、 $\textcircled{6}$ 式により与えられる。

$$\beta^* = \min\{z^2 + f^2\} \cdots \textcircled{6}$$

$\textcircled{5}$ 式及び $\textcircled{6}$ 式を用いることにより、 β^* のそれぞれの

場合について $V_R - V_F - S$ の関係を求めることができる。

ここで部分安全係数を $\textcircled{7}$ $\textcircled{8}$ 式のように与える。

$$\gamma_R = R_k / R^* \cdots \textcircled{7} \quad \gamma_F = F^* / F_k \cdots \textcircled{8}$$

R_k, F_k は強度及び荷重の特性値であり、強度の下5% fractile 及び荷重の上5% fractileを用いると $\textcircled{7}$ $\textcircled{8}$ 式のようになる。

$$R_k = \bar{R} \exp\{-1.645 V_R\} \cdots \textcircled{9} \quad F_k = \bar{F} (1 + 1.645 V_F) \cdots \textcircled{10}$$

R^*, F^* はそれぞれの設計値で、 $R^* = F^*$ の関係があり、 β^* を与える点で f を用いて $\textcircled{11}$ $\textcircled{12}$ 式のように表わされる。

$$R^* = \bar{R} \cdot \exp\{z V_R\} \cdots \textcircled{11} \quad F^* = \bar{F} (1 + f V_F) \cdots \textcircled{12}$$

$\textcircled{9}$ $\textcircled{10}$ 式を $\textcircled{7}$ 式に、 $\textcircled{10}$ $\textcircled{12}$ 式を $\textcircled{8}$ 式にそれぞれ代入することにより、各部分安全係数は $\textcircled{13}$ $\textcircled{14}$ 式で与えられる。

$$\gamma_R = \exp\{-V_R - 1.645 V_R\} \cdots \textcircled{13} \quad \gamma_F = (1 + f V_F) / (1 + 1.645 V_F) \cdots \textcircled{14}$$

$\beta^* = 4$ の場合についてこのようにして求めた部分安全係数を図1に示す。

次に各 V_R ごとに、得られた $V_F - S$ の関係を $\textcircled{15}$ 式を用いて線形近似する。

$$S = a(V_R) \cdot (1 + b \cdot V_F) \cdots \textcircled{15}$$

$a(V_R)$ は各 V_R ごとに求め、 b は V_R によらず定数とする。

ここで γ_R 及び γ_F なる量を $\textcircled{16}$ $\textcircled{17}$ のように定義する。

$$\gamma_R = \gamma_R \cdot (\bar{R} / R_k) \cdots \textcircled{16} \quad \gamma_F = \gamma_F (F^* / \bar{F}) \cdots \textcircled{17}$$

横 γ_R, γ_F は中央安全率に等しくなるので、 $\textcircled{15}$ 式に代入することにより、 β^* の式を得る。

$$R \cdot F = Q(V_R) \cdot (1 + b V_F) \cdots \cdots (18)$$

これより R, F は、(17)(20)式のようになる。

$$R = Q(V_R) \cdots \cdots (19) \quad F = (1 + b V_F) \cdots \cdots (20)$$

(18)(19)式及び(17)(20)式をそれぞれ用いると、 R, F は(21)(22)式のようになる。

$$R = Q(V_R) \exp\{-1.645 V_R\} \cdots \cdots (21) \quad F = (1 + b V_F) / (1 + 1.645 V_F) \cdots \cdots (22)$$

(22)式を用い得られた結果を図2に示す。図1では、 R, F が V_R, V_F 両者の関数であつた。このに対し、図2では R は V_R のみの関数 F は V_F のみの関数となつてゐることがわかる。

これまで限界状態式が $\ln R - F = 0$ で与えられる場合について述べてきたが、他の各関数については図2に相当する結果を図3, 4, 5に示す。又各関数について図2, 3, 4, 5で示される部分

表-1 線形化近似による β^* の変動 ($\beta^* = 4$)

	安全性指標 β^*	数値積分より得られた値
N-N	3.812-4.420	6.900 $\times 10^{-5}$ -4.802 $\times 10^{-5}$
LN-N	3.851-4.197	6.829 $\times 10^{-5}$ -1.365 $\times 10^{-5}$
N-LN	3.382-4.170	3.467 $\times 10^{-5}$ -8.616 $\times 10^{-6}$
LN-LN	3.369-4.169	3.864 $\times 10^{-5}$ -7.332 $\times 10^{-6}$

安全係数を用いた場合、安全性指標 β^* が目標とする安全性水準 $\beta^* = 4$ からどの程度ズレるかを表1に示す。

3. まとめ

得られた結果をまとめると次のようになる。

・各分布形の組み合わせに対し $V_F - S$ の関係を $S = Q(V_R) \cdot (1 + b V_F)$ の形で線形化近似し、 $R = R(V_R)$, $F = F(V_F)$ の形で表現した場合、安全性指標 β^* は表1のような範囲となつた。

・分布形の組み合わせの違いにより R, F は異つた値となつた。特に荷重の分布形を対数正規分布とした場合、 F は非常に大きな値となり、逆に R の値は10以下となつた。

以上各関数が強度と荷重の2変数の場合について、各種分布形の組み合わせごとに部分安全係数評価を行つてきたが、分布形の違いにより部分安全係数はかなり異つたものとなる為、強度及び荷重の分布形についての考察が必要である。さらに強度や荷重が複数個の構造変数で与えられる場合、それぞれの構造変数に対する部分安全係数を、安全

水性水準の変動が少なくかつ広範囲にわたつて適用できるよう評価する必要がある。

参考文献

DISCRETIZATION FROM A LEVEL
METHOD: PINTO

設計論: 伊藤 孝, 尾坂 芳夫

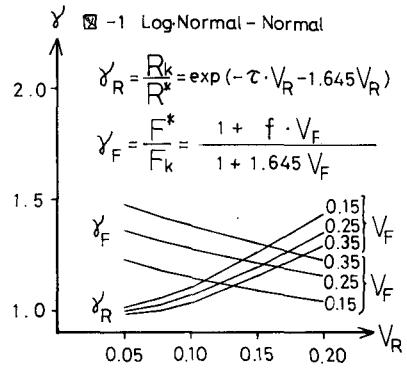


図-2 Log-Normal - Normal Step 2

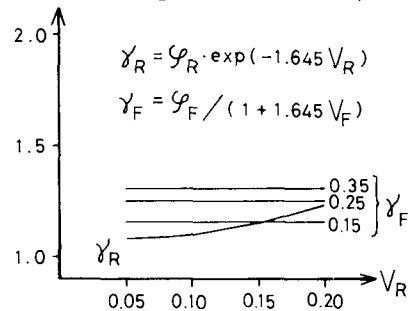


図-3 Normal - Normal Step 2

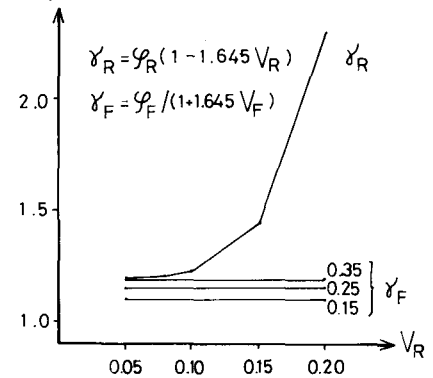


図-4 Normal - Log-Normal Step 2

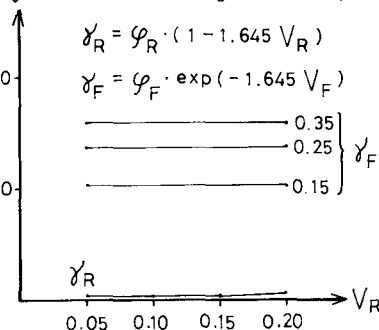


図-5 Log-Normal - Log-Normal Step 2

