

1. まえがき

本報告は、固体粘性を有する3径間弾性床上連続けたの走行荷重による動的応答問題を扱ったものであり、固体粘性のモデルとしては Voigtモデルを採用した。解析にあたってはガラーキン法と重ね合わせの原理を用いることにより、比較的収束のよい動的応答及びたわみを導いた。

2. 解析理論

解析は、図-1のように与系の3径間弾性床上連続けたを3つの基本系—(0), (1), (2)に分解して行なった。

基本系(0)は中間支点を取り去った状態であるから、基本式は下式で与えられる。

$$EI \left(1 + \frac{K}{E} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 y_0}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} + k y_0 = P \cdot \delta(x - Vt) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、EI: けたの曲げ剛性、

K: 粘性係数、k: バネ定数、A: 断面積、

ρ : 単位体積質量、V: 荷重の走行速度、

δ : デルタ関数。

基本系(0)の動的たわみは、式(1)を解析的に解いて次式で与えられる。

$$y_0(x, t) = \frac{2P}{\rho A l} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi}{l} x}{\sqrt{bm^2 - Pm^2}} \int_0^t \exp(-bm\lambda) \sinh \sqrt{bm^2 - Pm^2} \lambda \sin m\omega(t - \lambda) d\lambda \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$bm = \frac{l}{2} \frac{KI}{\rho A} \left(\frac{m\pi}{l} \right)^4, \quad Pm = \sqrt{\frac{EI}{\rho A} \left(\frac{m\pi}{l} \right)^4 + \frac{k}{\rho A}}, \quad \omega m = \frac{m\pi}{l} V$$

基本系(1), (2)の動的たわみは、固定点に変動力が作用しているので、次式で仮定する。

$$\begin{aligned} y_1(x, t) &= h_1(t) \bar{y}(x, a_1) \\ y_2(x, t) &= h_2(t) \bar{y}(x, a_2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\bar{y}(x, a)$ は弾性床上げたの固定点aに単位荷重が載荷したときの静的たわみ曲線で、既知量である。 $h(t)$ は時間のみに依存する応答倍率で、与系の2つの中間支点のたわみが0であることより、下式のように求まる。

$$\begin{aligned} h_1(t) &= -\frac{l}{\Delta} \begin{vmatrix} y_0(a_1, t) & \bar{y}(a_1, a_2) \\ y_0(a_2, t) & \bar{y}(a_2, a_2) \end{vmatrix} \\ h_2(t) &= -\frac{l}{\Delta} \begin{vmatrix} \bar{y}(a_1, a_1) & y_0(a_1, t) \\ \bar{y}(a_2, a_1) & y_0(a_2, t) \end{vmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、

$$\Delta = \begin{vmatrix} \bar{y}(a_1, a_1) & \bar{y}(a_1, a_2) \\ \bar{y}(a_2, a_1) & \bar{y}(a_2, a_2) \end{vmatrix}$$

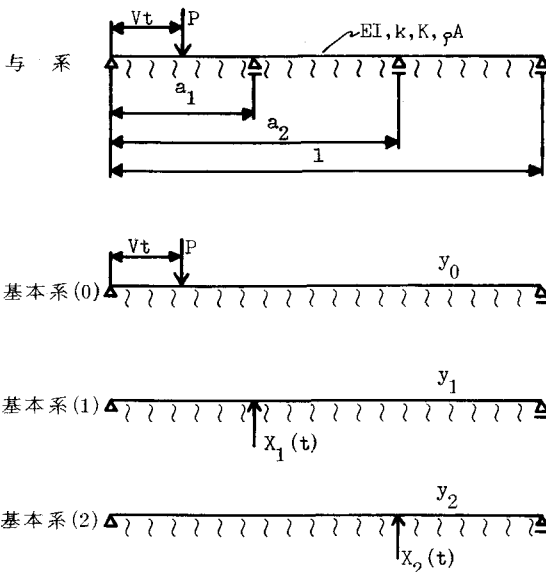


図-1

従って最終的な与系の動的たわみは、それぞれの系のたわみを重ね合わせることで下式のように求めることができる。

$$y(x,t) = y_0(x,t) + h_1(t)\bar{y}(x,a_1) + h_2(t)\bar{y}(x,a_2) \dots\dots\dots (5)$$

次に、動的支点反力 X_1, X_2 の誘導には、ガラーキン法を適用する。その条件式は、

$$\int_0^1 \left\{ EI \left(1 + \frac{K}{E} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + ky_1 + \rho A \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + X_1(t) \delta(x-a_1) \right\} \bar{y}(x,a_1) dx = 0$$

$$\int_0^1 \left\{ EI \left(1 + \frac{K}{E} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + ky_2 + \rho A \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + X_2(t) \delta(x-a_2) \right\} \bar{y}(x,a_2) dx = 0 \dots\dots\dots (6)$$

上式を X_1, X_2 について解くと、

$$X_1(t) = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} A_1(t) & \bar{y}(a_2,a_1) \\ A_2(t) & \bar{y}(a_2,a_2) \end{vmatrix}, \quad X_2(t) = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \bar{y}(a_1,a_1) & B_1(t) \\ \bar{y}(a_2,a_1) & B_2(t) \end{vmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$A_1(t) = y_0(a_1,t) + \frac{K}{E} \frac{\partial y_0(a_1,t)}{\partial t} (1 - kF_1) + \rho A F_1 \frac{\partial^2 y_0(a_1,t)}{\partial t^2},$$

$$A_2(t) = y_0(a_2,t) + \frac{K}{E} \frac{\partial y_0(a_2,t)}{\partial t} (1 - kF_1) + \rho A F_1 \frac{\partial^2 y_0(a_2,t)}{\partial t^2},$$

$$F_1 = \int_0^1 \bar{y}(x,a_1)^2 dx / \bar{y}(a_1,a_1), \quad F_2 = \int_0^1 \bar{y}(x,a_2)^2 dx / \bar{y}(a_2,a_2).$$

ただし、 $B_1(t), B_2(t)$ は F_1 を F_2 に変えればよい。

3. 数値計算例

数値計算は、次の諸元を有する鋼けたについて行なった。

- $E = 2.1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$
- $I = 2164395 \text{ (cm}^4\text{)}$
- $A = 393 \text{ (cm}^2\text{)}$
- $l = 6000 \text{ (cm)}$
- $a_1 = 2000 \text{ (cm)}$
- $a_2 = 4000 \text{ (cm)}$
- $\rho = 0.8 \times 10^{-5} \text{ (kg sec}^2\text{/cm}^4\text{)}$

荷重速度は単げた危険速度 V_{cri} に対する比 V/V_{cri} で表現した。粘性値のパラメータ $K/E(\text{sec})$ は 0.0005 とした。図-2 は反力の応答倍率 $X_1/P, X_2/P$ の最大値を種々の速度に対して図示したものである。

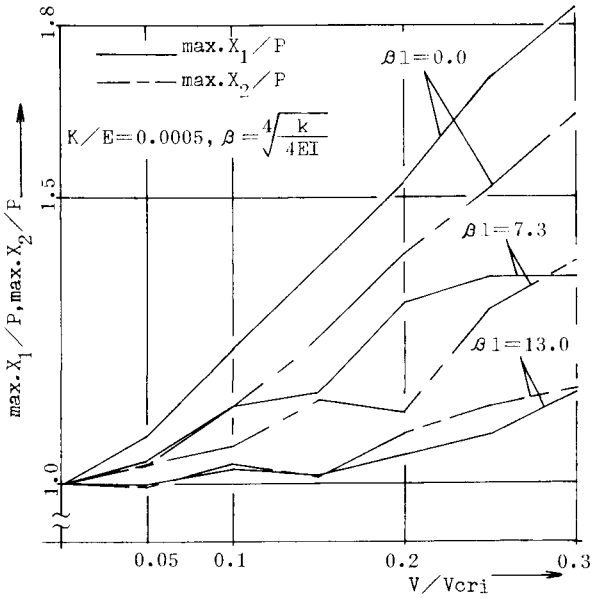


図-2

参考文献：能町, 角田その他：Voigtモデルによるはりの走行荷重に対する動的応答、土木学会第33会年次学術講演会講演概要集、昭和53年9月

能町, 角田その他：3-span連続橋の動的支点反力、土木学会支部論文報告集第35号、昭和54年2月