

東北大学大学院 学生員 ○島 俊秀
東北大学工学部 正員 倉西 茂

1. まえがき

初期不整としての初期たわみを有するウェブプレートが、面内荷重を受けると面外方向に変形する。荷重が動的に作用するならばウェブプレートは曲げ振動を起こす。特に、面内荷重の周期がウェブの曲げ振動の周期の $\frac{1}{2}$ に等しいといわゆるパラメトリック共振現象が起こり、ウェブは動学的に不安定となり振動が発散する可能性がある。又、この曲げ振動によって、ウェブプレートとフランジ溶接部の疲労亀裂の発生や騒音の発生などの問題につながるものと思われる。これまで疲労亀裂の発生に関してはいくつか報告されているが、この種の問題を動的な面内曲げ荷重を受ける場合として解析した例はほとんどない⁽¹⁾。そこで本報告では、初期たわみを有するウェブプレートが動的な面内曲げ荷重を受けた場合の挙動を、曲げ荷重の周期と初期たわみ形状をパラメータとして解析したので、ここに結果を考察する。

2. 解析方法

本報告では、初期たわみを有するウェブパネルを平面三角形の集合体として離散化を行ない(図1)、有限要素法を用いて、幾何学的非線形性を考慮した動的弾性有限変形解析を行なった。運動方程式の誘導は、Von Karmanの仮定に基づき薄板のひずみ-変位関係式よりひずみエネルギー増分を求め、さらに慣性力を含めた外力の仕事増分を考えて、エネルギー原理により行なった。又、運動方程式の解法にあたっては、荷重増分法と修正Newton Raphson法との混合法を用い、その数値積分にはNewmark β 法を用いた。内力の算定にあたっては、MurrayとWilsonの移動座標法を用いて剛体変位を除去して正味の変位増分を求め、その正味の変位増分に対しては微小変形理論が成立するものとして線形剛性マトリクスにかけあわせて内力の増分量とする方法を用いた。

次に、解析モデルについて述べる。(図1、図2参照)初期たわみモードには対称モードと逆対称モードの2種類を用い、外力には、 $M = M_{ST} + M_{DY} \sin \omega t$ ($M_{ST} = 0$, $M_{DY} = 0.3M_c$)を採用した。外力の円振動数 ω については、初期たわみモードと同様な、対称と逆対称モードの固有振動に対応する固有円振動数 $\omega_{1,1}$, $\omega_{1,2}$ とそれらのパラメトリック共振に関連のある $2\omega_{1,1}$, $2\omega_{1,2}$, そして $\omega_{1,1}/4$ と $\omega_{1,2}/2$ の場合について解析を行なった。なお、ウェブパネルの幅厚比および辺長比は250と1とし、拘束条件は対辺固定対辺単純支持として、初期たわみの最大値 W_0 は、道示の規定の $b/250$ を用いて解析を行なった。

3. 解析結果

図3は、対称モードの初期たわみを有するウェブに、外力として $\omega_{1,2}$ に等しい円振動数を与えた場合の変位応答曲線である。(A, B, Cは、図1に示した3点に対応するものである。)

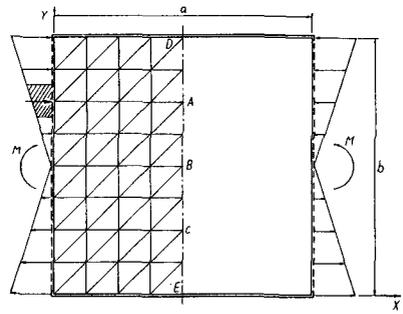
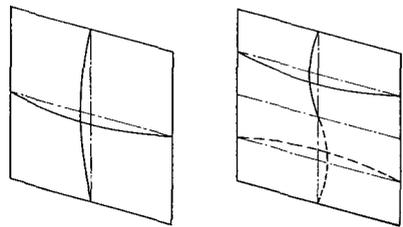


図1 解析モデル



対称モード $w_0 = W_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$
逆対称モード $w_0 = W_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b}$
図2 初期たわみ形状

これは、典型的な共振性状を示しており、励振モードは逆対称であるから、外力の円振動数が $\omega_{1,2}$ に等しいときには共振することがわかる。ところで、 $\omega_{1,2}$ に等しい円振動数で共振するとすれば、 $2\omega_{1,2}$ に等しい円振動数の外力が作用するときには、パラメトリック共振を起こすはずである。この条件の解析結果を図4に示すが、共振性状は示しておらず、次第に強制振動へと移行していることがわかる。これは、外力による振動振幅が初期たわみよりも小さいために、ウェブは初期たわみのある方向のみで振動するためであると思われる。図5は、対称モードの初期たわみを有する場合の変位共振曲線である。縦軸は、動的変形の最大値を静的変形量で無次元化し、横軸は外力円振動数を $\omega_{1,1}$ で無次元化してある。この図より、初期たわみが対称モードのときには、外力が $\omega_{1,2}$ に等しいときに応答は最大となり、その静的変形に対する倍率は9から10となることわかる。

一方、初期たわみが、逆対称モードにより表わされるときには $\omega_{1,1}$ に等しい外力円振動数のときに共振現象を示す。又、対称モードと同じ理由から、外力円振動数が $2\omega_{1,1}$ に等しいときに、パラメトリック共振は起こらないことがわかった。それから、図6に示すように外力円振動数が $2\omega_{1,2}$ に等しいときに共振現象が起こっている

がこれは $2\omega_{1,2}$ と $\omega_{1,3}$ に近い値となるためである。従って逆対称の初期たわみモードのときには、対称固有振動に対応する円振動数の外力が作用するとき共振することがわかる。なお、逆対称の初期たわみを有するときの変位共振曲線を図7に示すが、この場合の最大変形は静的な場合の5倍前後となることわかる。

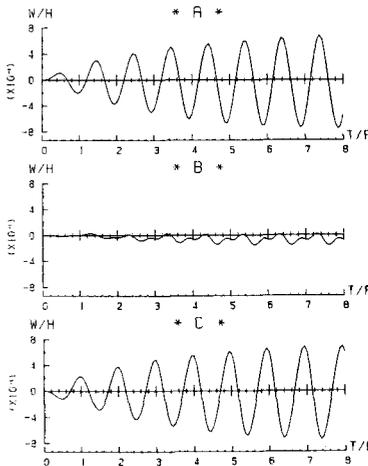


図-3 変位応答曲線
(初期たわみ対称、 $\omega_{1,2}$)

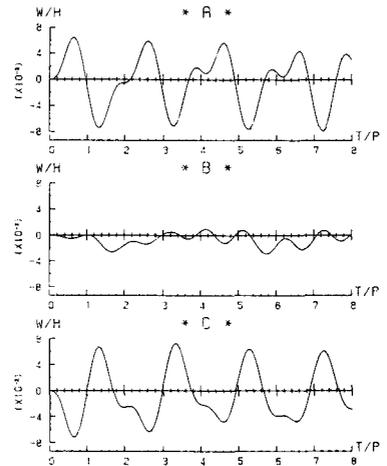


図-4 変位応答曲線
(初期たわみ対称、 $2\omega_{1,2}$)

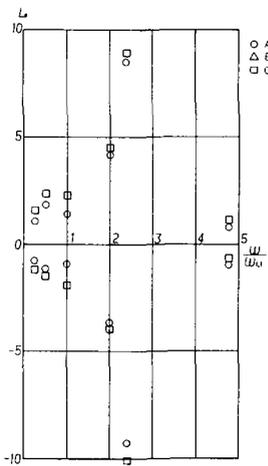


図5 変位共振曲線 (初期たわみ対称)

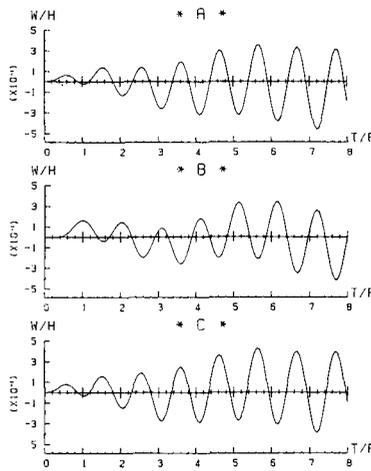


図6 変位応答曲線
(初期たわみ逆対称、 $2\omega_{1,2}$)

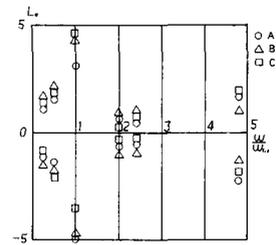


図7 変位共振曲線
(初期たわみ逆対称)

参考文献 1) 深谷、倉西 第35回土木学会年講 I-58