

# 回転慣性とせん断変形の影響に関する一考察

八戸工業大学 学生員 ○ 大島 光義  
八戸工業大学 正 員 橋山 和男

## 1. はじめに

曲げのみでは、細長比に関係なく固有値が定まる。しかし、細長比が小さくなれば、長さ一定のとき、振動数が低くなるのは当然の現象である。即ち固有値が小さくなる。回転慣性とせん断変形の影響を受けた場合に、どの程度低下するかを調べてみた。

## 2. 等断面の場合

$$\left. \begin{aligned} EI Z'' + RGA(Y-Z) + \rho I P^2 Z &= 0 \\ RGA(Y-Z) + \rho A P^2 Y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、E：ヤング率、G：剛性率、I：断面2次モーメント、A：断面積、 $\rho$ ：密度、 $R$ ：断面形状に関する係数、 $P$ ：角振動数、 $Y$ ：全たわみ量、 $Z$ ：曲げだけによるたわみ角、ダッシュ'は軸方向座標 $z$ に関する微分を意味する。

式(1)から $Z$ もしくは $Y$ を消去すれば、 $Y$ 、 $Z$ 共に次の形の微分方程式を満足する。

$$F'' + \tau(Rg+1)R^2 F' + (\tau RgR^4 - 1)F = 0 \quad (2)$$

ここで、 $\tau = \rho A P^2 / EI$ 、 $R = \sqrt{I/A}$ 、 $Rg = E/RG$

### i) $\tau RgR^4 - 1 < 0$ の場合

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\{\tau R^2(Rg+1) + \sqrt{\tau^2 R^4(Rg-1)^2 + 4\tau}\}}, \quad \beta = \sqrt{-\frac{1}{2}\{\tau R^2(Rg+1) - \sqrt{\tau^2 R^4(Rg-1)^2 + 4\tau}\}} \quad (3)$$

とおき、 $A \sim D$ 、 $A' \sim D'$ を定数とすれば

$$\left. \begin{aligned} Y &= A \sin \alpha z + B \cos \alpha z + C \sinh \beta z + D \cosh \beta z, \quad Z = A' \cos \alpha z + B' \sin \alpha z + C' \cosh \beta z + D' \sinh \beta z \\ A' &= (\alpha - \tau RgR^2/\alpha)A, \quad B' = (-\alpha + \tau RgR^2/\alpha)B, \quad C' = (\beta + \tau RgR^2/\beta)C, \quad D' = (\beta + \tau RgR^2/\beta)D \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

### ii) $\tau RgR^4 - 1 > 0$ の場合

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{2}\{\tau R^2(Rg+1) - \sqrt{\tau^2 R^4(Rg-1)^2 + 4\tau}\}} \quad \text{とおき、} \quad K \sim N, \quad K' \sim N' \text{を定数とすれば、}$$

$$\left. \begin{aligned} Y &= K \sin \delta z + L \cos \delta z + M \sinh \delta z + N \cosh \delta z, \quad Z = K' \cos \delta z + L' \sin \delta z + M' \cosh \delta z + N' \sinh \delta z \\ K' &= (\alpha - \tau RgR^2/\alpha)K, \quad L' = (-\alpha + \tau RgR^2/\alpha)L, \quad M' = (\delta - \tau RgR^2/\delta)M, \quad N' = (-\delta + \tau RgR^2/\delta)N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

i), ii)の場合も  $\sqrt{\lambda} = \sqrt{\tau} \ell$ 、 $H = \ell/R$

$\ell$ ：部材長として、 $R = 0.833$ 、 $V = 0.29$  の  $\sqrt{\lambda}$

場合を図1に示す。直線  $\sqrt{\lambda} = 0.7538H$  の

下側がi)の領域、上側がii)の領域である。

表1に2径間連続梁(等断面、等径間)の固有値を示す。

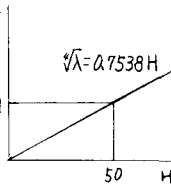


図1.  $\sqrt{\lambda}$ とHとのグラフ

表1. 2径間連続梁(等断面、等径間)の固有値

|                      | B.M.+R.I.+S.F. |        |        |           | B.M.のみ |
|----------------------|----------------|--------|--------|-----------|--------|
| $\sqrt{\lambda}$ \ H | 25             | 50     | 100    | $10^{10}$ | なし     |
| 1st                  | 3.0933         | 3.1291 | 3.1384 | $\pi$     | $\pi$  |
| 2nd                  | 3.7901         | 3.8899 | 3.9173 | 3.9266    | 3.9266 |
| 3rd                  | 5.9436         | 6.1865 | 6.2581 | $2\pi$    | $2\pi$ |
| 4th                  | 6.4895         | 6.8955 | 7.0229 | 7.0686    | 7.0686 |
| 5th                  | 8.4580         | 9.1167 | 9.3415 | $3\pi$    | $3\pi$ |

## 3. おわりに

明らかに細長比により変ることがわかる。

## 参考文献

1) チェモシニコ：工業振動学，コロナ社 2) 谷本勉之助：マトリックス構造解析，日刊工業