

砂の内部摩擦角の値

八 戸 工 久 正 諸 中 靖 史

壁に作用する土圧や支持力、斜面の安定性は土のせん断に対する抵抗力の大きさによって定まる。砂やレキのせん断に關する強さは内部摩擦角 ϕ によって表わされる。 ϕ の値を知らなければ力学理論に基づいて土と基礎の設計を行なうことができないので、この値は工學上重要となっている。内部摩擦角 ϕ は破壊時のモールの応力 σ より

$$\sin \phi = \frac{(\sigma_1/\sigma_3)_f - 1}{(\sigma_1/\sigma_3)_f + 1} \quad \text{or} \quad \tan \phi = \left(\frac{\tau}{\sigma} \right)_f \quad (1)$$

σ_1 , 最大主応力, σ_3 , 最小主応力, σ , 垂直応力
 τ , セン断応力, 赤字は破壊時を示す

内部摩擦角とせん断抵抗力 : 土のせん断強度定数は材料固有のものではなく、たとえ同じ土を同じ初期状態において試験しても試験条件によって変るものである。それで、式(1)で定義される ϕ のことを一般にせん断抵抗力角 (angle of shearing resistance) と呼んでいる。ただし、石の排水試験のような場合には試験前の締め具合を同じにして試験をすると応力経路にかかわらずに同様強度を示す。このような場合のせん断抵抗力は粒子間の摩擦によって発現され、その時の ϕ のことを内部摩擦角 (angle of internal friction) という。1948年のテルツァギーの教科書¹⁾にはこのようなことが書いてある。同じ年にビデーラーの教科書²⁾には ϕ についてもう少し分析的な記述がある。内部摩擦角という字はついているが、 ϕ の中には単に固体間の摩擦にだけとはなく、ひたひたやタイレイトンシーによる成分をも含んでいると書いてある。

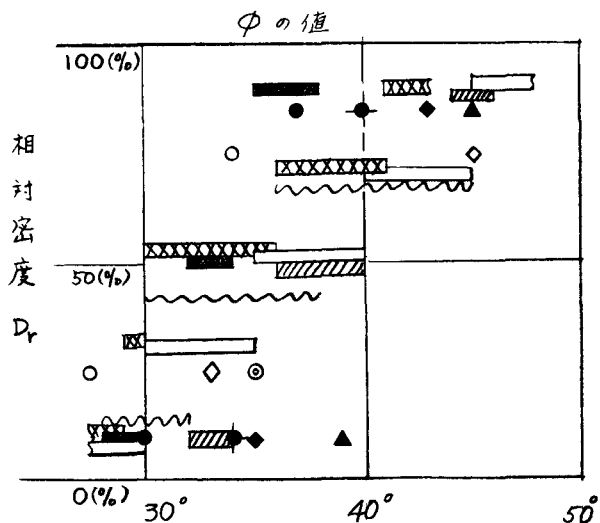
内部摩擦角に影響する因子。テルツァギーとペックは、 ϕ の値は主に相対密度によって定まると述べている。最上やマイヤーホフは、密度が大切であるといっている。普通の拘束圧の下における ϕ の値は

- (1) 相対密度、粒子形状、粒度、あるいは(2) 間ゲキ比 (あるいは密度 $(1/e)$ 、間ゲキ率 μ) と粒子形状、粒度をパラメーターにして取り扱うのかよいように思われる。また、拘束圧の高い領域における ϕ の値は
- (3) 密度、岩質をおもなパラメーターにして整理されるのがよいと考えられる。³⁾

内部摩擦角の値 : 砂やレキの ϕ の値はにじに $\phi = 30^\circ \sim 50^\circ$ の範囲にある。砂では密な場合とゆるい場合の ϕ の値の違いは $10^\circ \sim 15^\circ$ 程度である。また、一様な粒度で丸い粒子からなる砂の中と粒度配合の良い角張った粒子からなる砂の中の ϕ の値の違いは $10^\circ \sim 15^\circ$ 程度である。下図はいろいろな著者が報告している相対密度と ϕ の概略値とのグラフである。^{4) によれば}

右側にあるほど粒子の角張りが大きく、粒度配合も良い。左側の点ほど粒子の丸味度が大きく、粒度も一様となる。これらの値は一つの標準値として取り扱われるべきものであり、通常設計に用いられているものよりも総して高い値をもっている。

平面ヒズミ状態における ϕ の値は三軸圧縮試験における ϕ の値より一割程度高いというのが定説となっている。粒子の大きさによって ϕ の値は変化する。しかし、自然の材料では粒子の大きさによって粒子形状



や破碎性が異ってくるから粒径の効果についての議論はややこしい。

ϕ - e 関係⁵⁾ ϕ の値と間ゲキ比 e との関係式は数多くあるが、一般的にいうて理論的に導かぬに關係では仮定の検証あるいはデータの再現性の面が不明の点が見られる。一方、経験的に求められたものであれば、その式のもつ物理的な意味と理解するのがむずかしい。 ϕ - e 関係には一係数の式と二係数の式とがある。もちろん二係数をもつ式の方がその精度が高いのは当然であるが、実用的には簡単なものが望ましい。一係数の式で重要なものは、カークの式 $\tan \phi = C_1/e$ 、ウィンターコーンの式 $\tan \phi = C_2/(e - e_{min})$ 、最上の式 $\sin \phi = R/(1+e)$ である。これらの式はすべて (せん断強さ) $\times$ (間ゲキの大きさ) = (一定) という形式をとっている。この式の右辺の定数は砂粒子の物性によって定まる。にたとえば 最上の強度定数 R は、砂: $R=1.0 \sim 1.1$, レキ $R=0.7 \sim 1.3$, 乱れにミラス: $R=1.0 \sim 2.0$ 程度であった。

ϕ - e 関係式の応用 ϕ - e 関係式の中にこめる係数は粒子の物性 (粒子形状、粒度、粒子表面の粗さ、粒子の破碎性など) に關係するものである。したがって強度式とその係数を適用して力学的性質 (せん断強さ、圧縮性など) を考慮できる砂やレキの工学的分類を行なうことが可能となる。最上の式を適用して、筆者が提案している $R - e_{min}$ 図 (e_{min} 最も密な状態の間ゲキ比) はその一例である。ウィンターコーンの式を書き換えると $e - e_{min} = C_2 / \tan \phi$ (C_2 定数) となる。この式の左辺は石原が「余裕間ゲキ比」⁷⁾ と呼ぶものである。 ϕ の値が小さいほど $e - e_{min}$ が大きくなってせん断時に間ゲキが収縮する傾向が増大する。いいかえると、 ϕ の値が小さいほど非排水条件下のせん断中に間ゲキ水圧の発生量が大きくなり、動的な不安定性が増すということである。筆者はかつて正規圧密砂について $1/e_0 = 1 - \sin \phi$ という関係式を用いて、この値が大きいほど (ϕ が小さいほど) 砂の動的な不安定性が増すという考え方を示した⁸⁾。次に、カークの式を $e_0 = A \cdot K \cdot \tan \phi$ (A : 異方性の尺度, K : 粒状体の粒子の入り混りの程度を示す係数, ϕ : 粒子間摩擦角)⁹⁾ という関係式を用いて書き直すと $\tan \phi = C_1 \cdot A \cdot K \cdot \tan \phi$ となる。この式は粒子配列の異方性、粒子の入り混り、粒子間摩擦が砂のせん断強度に寄与する事情と単的に表現している。また、この式は表面きには間ゲキ比を含まない形式となっているのは興味深い。このように簡単な式を用いても、砂の力学的特性の基本問題と深く關係する議論ができる。

おわりに: 現在は時の流れて動的な強さがさかんに調べられてきているが、静的な問題についてもさらに研究する対象は数多くのこされているように思われる。今後は物性の注意深い取り扱いが必要であり、応力-ひずみ曲線そのものに特に関心を抱いていかなければならないように思われる。

参考文献

- 1) Terzaghi, K (1948) *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley
- 2) Taylor, D.W. (1948) *Fundamentals of Soil Mechanics*, John Wiley
- 3) 諸井靖史 (1978) 砂レキの工学的分類 (高圧下), 第33回土壌学会年次学術講演会講演概要集, Ⅱ
- 4) Sowers, G.B. and G.F. Sowers (1961) *Introductory Soil Mechanics and Foundations*, Macmillan Company.
- 5) 諸井靖史 (1976) 粒状体の変形と強度に関する基礎的研究, 学位論文 (東北大)
- 6) 諸井靖史 (1976) $R - e_{min}$ 図における砂、レキの工学的分類, 第11回土壌工学会研究発表会発表講演集
- 7) 石原研而 (1976) 土質動力学の基礎, 鹿島出版会
- 8) MOROTO, N. (1973) A method to evaluate dynamic instability of Saturated sand, Proc 8th ICSMFE Vol 43 specialty session N08
- 9) 諸井靖史 (1980) 砂の強度定数に関する考察, 第15回工機工学研究発表会発表講演集