

## 光弹性粒状体モデルによる圧縮・せん断機構の解析

東北大学工学部 学生員○熊坂博夫  
同 上 正員 佐武正雄  
同 上 正員 新闇茂

### 1. はじめに

粒状体の力学特性を表わすパラメータとしては種々のものが考えられるが、このなかで粒子間の接触角分布を示す確率密度関数は最も重要なパラメータと考えられる。本文はこの確率密度関数から、小田等が示しているふうなピーク強度前の応力-ダイレイタンシー関係ばかりではなく、Horneの示唆のように、ピーク強度後の応力-ダイレイタンシー関係が説明できることを示したものである。

### 2. 試験方法

実験には、二次元の二軸圧縮装置と単純せん断装置を用いた。二軸圧縮装置は側方板が自由に平行移動可能である。また、単純せん断装置は、独立に平行移動する4つの拘束板から構成されている点に特徴があり、他で行なわれている単純せん断装置と比べ、実際の地盤中の砂の変形状態に近いものが再現できると考えられる。モデル粒子は厚さ15mmのエポキシ樹脂板から切り抜いたφ8mm, 10mm, 12mmの小柱を重量比1:1:1で混合したものについて行った。実験に使用した粒子数は、約470個である。

### 3. 粒子構造の変化と応力比-歪比関係

二軸圧縮試験の結果より、図-2に示されるように応力比と粒子伝達力が生じている接觸点(ここでは有効接觸点と呼ぶ)の総数が比例していることがわかる。このことは、一接觸点当たりの粒子伝達力の平均値は、一定値をとることを示している。そのため、主応力比の増加に対しては、粒状体は有効接觸点が増加するように内部構造が変化すると考えられる。

Horneによれば、粒状体の変形に伴なう粒子構造の異方度 $m_1/m_2$ は、接触角分布の確率密度関数 $E(\psi)$ を用いて、次式によって示される。

$$m_1 = 2r \int_{0}^{\frac{1}{2}\pi} E(\psi) \sin 2\psi d\psi, \quad m_2 = 2r \int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} E(\psi) (1 + \cos 2\psi) d\psi$$

この異方度 $m_1/m_2$ と応力比 ダイレイタンシー比を図示すれば、図-3, 4となる。ただし、図中の番号は、図-1中の番号と対応している。ピーク強度付近までは1本の直線関係を示し、ピーク強度以後も又別一本の直線になることがわかる。このように、それぞれが直線関係を持つとすれば、直線(a), (b)は、次式で示される。

$$\sigma_1/\sigma_2 = k_1(m_1/m_2) + k_2 \quad (1, a) \quad \sigma_1/\sigma_2 = k'_1(m_1/m_2) + k'_2 \quad (1, b)$$

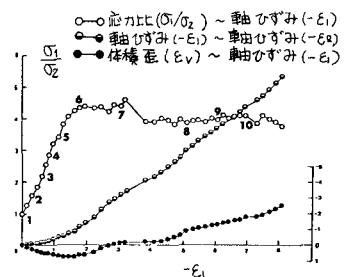
$$-dV/d\epsilon_1 = k_3(m_1/m_2) + k_4 \quad (2, a) \quad -dV/d\epsilon_1 = k'_3(m_1/m_2) + k'_4 \quad (2, b)$$

これらの式より、2つの応力-ダイレイタンシー式が求まる。

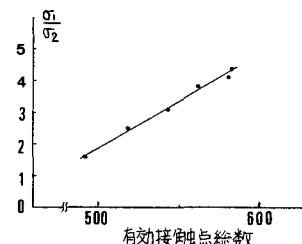
$$\sigma_1/\sigma_2 = C_1 [1 - (dV/d\epsilon_1)] + C_2 \quad (3, a)$$

$$\sigma_1/\sigma_2 = C'_1 [1 - (dV/d\epsilon_1)] + C'_2 \quad (3, b)$$

ただし、上式において、 $C_1 = k_1/k_3$ ,  $C'_1 = k'_1/k'_3$ ,  $C_2 = k_2 - \frac{k_1}{k_3}(1+k_4)$ ,  $C'_2 = k'_2 - \frac{k'_1}{k'_3}(1+k'_4)$ と置き換えた。

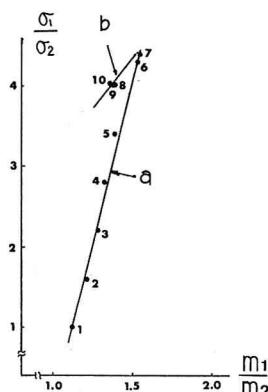


[図-1] 応力-歪-ダイレイタンシー関係

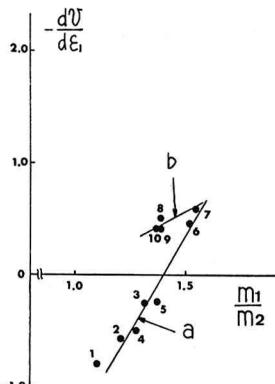


[図-2] 応力比と有効接觸点数

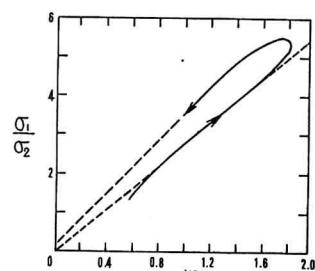
(ただし、ψは、y軸と接觸点における  
接平面内の法線となす角である)



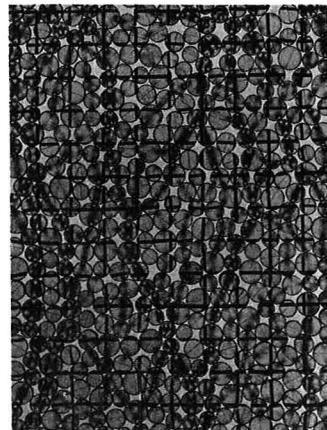
[図-3] 応力比と異方度



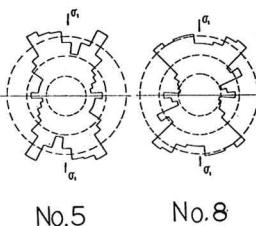
[図-4] ダイレイタンシー比と異方度



[図-5] Rowe の実験結果 (Horne<sup>1)</sup> あり)



[図-7(A)] ピーク強度以前



[図-6] 接触角分布

また、小田は、構造異方度と同様な力学特性を表わす fabric index  $S_x/S_y$  を用いて、実験的に次式を導いている。

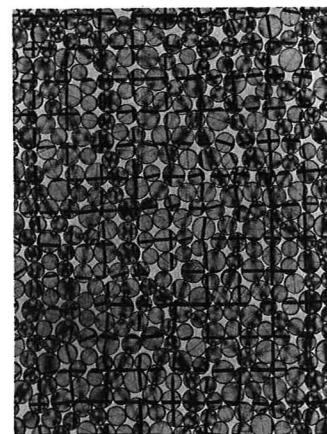
$$\sigma_1/\sigma_2 = R_1(S_x/S_y) + R_2 \quad (6)$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{2m_1}{\pi m_2} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_u}{2}\right) \quad (5)$$

$$-dV/d\epsilon = R_3(S_x/S_y) + R_4 \quad (7)$$

両式とも本文の式(1.a)(2.a)に対応する1組の直線関係しか注目していない。換言すれば、これは、一つの応力-ダイレイタンシー関係を意味し、ピーク強度以後に注目していないことになる。しかしながら、本文の実験結果は、2つの応力-ダイレイタンシー関係を意味しており、図-5のRoweの実験やHorneの示唆とも対応している。

図-6に示される様に、接触角分布の形状はピーク強度前後で大きく異なることがわかる。また、図-7に示す様に光弾性試験で、メッシュを入れた二軸圧縮試験を行なうと、ピーク強度前は、粒子の移動回転がほとんど観察されないが、ピーク強度後では顕著となる。よって、ピーク強度前後の変形パターンが異なると考えられる。



[図-7(B)] ピーク強度以後

#### 5. あとがき

接触角分布を表わす確率密度関数  $E(\psi)$  から、ピーク強度前及びピーク強度以後の応力-ダイレイタンシー式関係が求められる。この  $E(\psi)$  は、粒状体力学における最も基本的な力学特性を表わす関数と考えられる。

本研究を行なうにあたり、協力いただいた4年次学生 橋本 遼君に感謝いたします。また、本研究は、昭和55年度科学的研究費(試験研究(2)課題番号 58514)の補助を受けたものである。

参考文献 1) Horne, M.R., Proc. Roy. Soc. A 269~500, 1962 2) Oda, M., S & M Vol. 12, No. 2, 1972