

高瀬川における津波の遡上について その1 曲線座標系による数値計算

東北大学 学生員 ○ 馬上洋一
東北大学 正 員 後藤智明
東北大学 正 員 首藤伸夫

1. はじめに

ダム決壊時の洪水流や津波の河川遡上といった急変不定流が河川の弯曲部へ来襲すると、流線が曲げられることによる遠心力のため大きな水面傾斜がおこる。このような河川弯曲部の急変不定流を計算する際、最も重要なことは境界条件をより正確に表現することと遠心力の作用を適切に評価しうる数値計算法を選ぶことであろう。特に、後者は数値計算上のメッシュとか要素のサイズといった数値計算上の手法そのものに大きく作用される可能性がある。

そこで、著者等はこの河川弯曲部の急変不定流を曲線座標系の方程式を用いて解析することにした。曲線座標を用いれば、境界条件は数値計算に正確に組み入れることが可能であり、また遠心力の作用を方程式に陽的に表現可能である。また、直交直線座標系の数値計算結果との比較も実施している。

2. 曲線座標系の浅水波の方程式

Dressler の座標系を拡張し、図-1 のように水路壁面に沿って曲線座標 S 軸、 S 軸に直交する直線座標を n 軸鉛直方向も直線座標として鉛直上方に Z 軸を採用する。 S 軸上の任意の点のカーデシアン座標を (ξ, η) とおくと、カーデシアン座標とこの座標との関係は $(x, y, z) = (\xi - n^d \xi_s, \eta + n^d \xi_s, z)$ で表わされる。変換のヤコビアンは $J(x, y, z / S, n, z) = 1 - nk$ である。ここで、 k は S 軸の曲率を意味する。

(S, n, Z) 座標系における浅水波の方程式は、鉛直方向に積分した形で、静水位からの水位上昇を η で表わすと、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial Q_s}{\partial S} + \frac{\partial Q_n}{\partial n} - \frac{k}{J} Q_n = 0$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{Q_s^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{Q_s Q_n}{D} \right) - \frac{2k}{J} \left(\frac{Q_s Q_n}{D} \right) + g D \frac{\partial \eta}{\partial S} = 0$$

$$\frac{\partial Q_n}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{Q_s Q_n}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{Q_n^2}{D} \right) + \frac{k}{J} \left\{ \left(\frac{Q_s^2}{D} \right) - \left(\frac{Q_n^2}{D} \right) \right\} + g D \frac{\partial \eta}{\partial n} = 0$$

となる。ここで、 D は全水深、 Q_s, Q_n はそれぞれ S 軸、 n 軸方向の流量フラックスを意味する。 n 軸方向の運動量方程式の第4項は遠心力の効果の意味する。また、 $k=0, J=1$ とおくと、カーデシアン座標の浅水波の方程式と一致する。

3. 曲線水路の急変不定流の数値計算

数値計算は将来水理実験と比較する目的で、図-2 に示す水路に関して実施した。水路はダムを理想化した貯水槽と直線および曲線水路から構成されている。急変不定流の発生はゲートの瞬時の開放による。計算は貯水槽水位 H_1 が 0.18m と 0.23m の2種類とし、下流側の水位 H_2 は 0.1m とした。また、計算はリーアップ法とし、 $\Delta x = 0.05\text{m}$ 、 $\Delta t = 0.01\text{sec}$ で実施した。なお、急変不定流を差分法にて計算すると、波頭がオーバーシュートぎみな解となることから支配方程式に数値拡散項を作用させている。

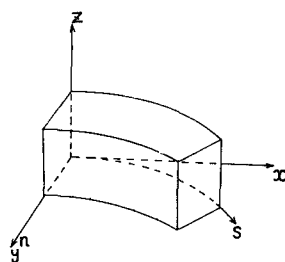


図-1 座標系

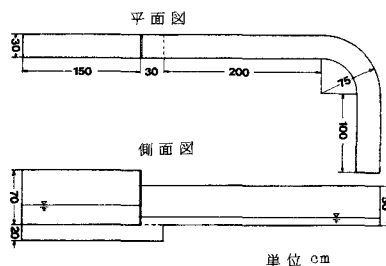


図-2 水路

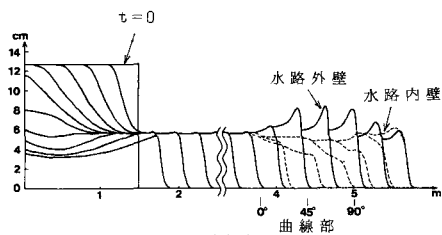


図-3 空間波形

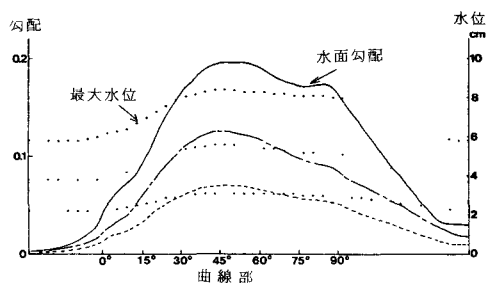


図-4 最大水位と水面勾配

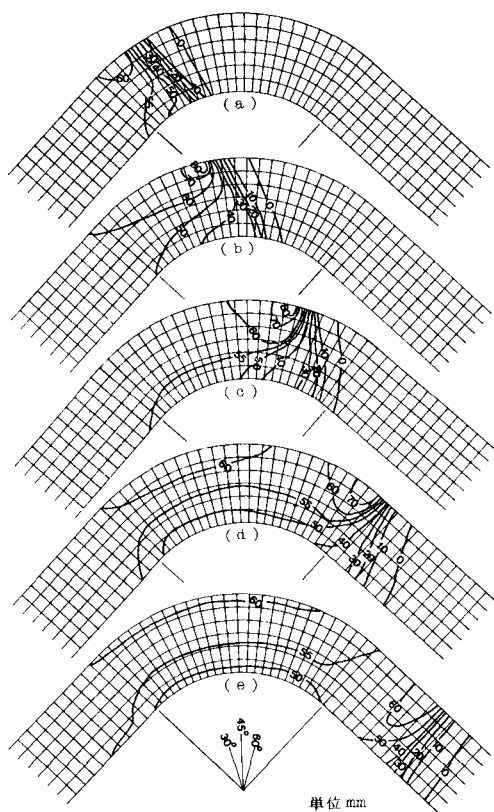


図-5 空間水位分布の時間的变化

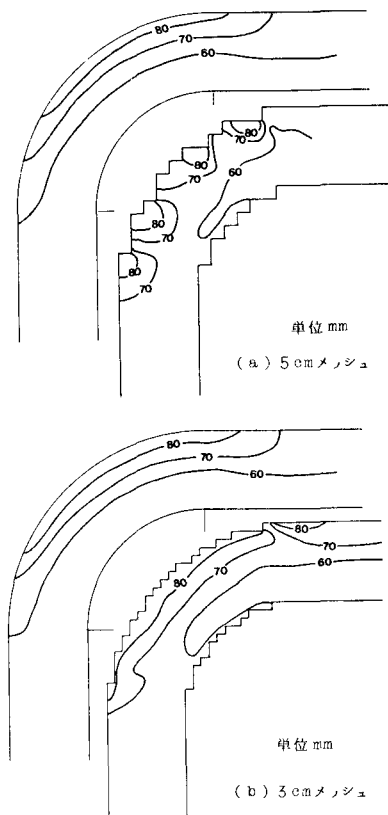


図-6 最大水位分布の比較

曲線座標を用いた計算結果を図-3～6に示す。図-3は0.2秒毎の水路の外壁に沿った水位分布(実線)を示す。破線は水路内壁に沿った水位分布である。図-4には曲線水路内の最大水面勾配および最大水位分布を示す。最大水面勾配はほぼ45°におこることがうかがわれる。図-5(a)～(e)には0.2秒毎の水位の空間分布を示す。図-6(a),(b)は曲線座標およびカーテシアン座標についてメッシュ長の異なる計算について最大水位分布について比較したものである。カーテシアン座標の計算結果は側壁を基盤の目のように近似するため、内外壁とも壁面近くで高い水位となる。

本研究の一部は科研費(代表 東大堀川清司教授)による。