

位相速度曲線による振動解析

ハル工業大学 正の穂山 和男
正 長谷川 明

1. はじめに

直線テーパの両端固定梁の自由振動の固有値の計算結果を報告する。1つは位相速度曲線に基づいて構成したラグランジュ法¹⁾、もう1つは比較検討のために用いた数値積分法²⁾の2通りで求めた。曲げのみを考える。

2. 数値積分法

概略を示す。断面2次元モデル、断面種が変化する場合は偏微分方程式から、無次元化して示すと

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(R^3 \frac{du}{dx^2} \right) = \lambda R u \quad (1)$$

ここで、 $x = \pi/l$, $R = 1 - cx$, $C = (R_0 - R_1)/R_0$, $u = y/l$,

$\lambda = (\rho A_0 p^2 l^4)/(EI_0)$ (添字0は $x=0$ における値を示す。)

ρ : 密度, A : 断面積, p : 角振動数, E : ヤング率,

I : 断面2次元モーメント

z, l, R_0, R_1, y は図2に示す量である。

次の汎関数 $I(\lambda)$ を導入する。

$$I(\lambda) = \frac{\int_0^1 R^3 \left(\frac{du}{dx^2} \right)^2 dx}{\int_0^1 R u^2 dx}$$

2の $I(\lambda)$ を用いて、次の汎関数 $J(\lambda)$ を定義する。

$$J(\lambda) = \frac{\lambda^2}{I(\lambda)}$$

$J(\lambda)$ は、 $x=0$ 及び $x=1$ において $u=0$, $\frac{du}{dx} = 0$ のとき $J = \lambda$, $\frac{dJ}{d\lambda} = 0$ とする。

3. 計算結果

C	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1st	4.609	4.345	4.042	3.672	3.144
2nd	7.652	7.213	6.707	6.087	5.198
3rd	10.714	10.099	9.388	8.577	7.267

表1. ラグランジュ法

C	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1st	4.609	4.345	4.042	3.672	3.144
2nd	7.652	7.213	6.707	6.087	5.197
3rd	10.713	10.096	9.386	8.576	7.260

表2. 数値積分法

4. おわりに

両計算結果は、かなりよく一致した。

参考文献 1) T. TAYA; Technology Reports, Tohoku Univ., 39, 2 (1974)

2) H. TAKEYAMA, K. ITO; Technology Reports, Tohoku Univ., 35, 1 (1970)