

1. まえがき

近年、橋りょうをはじめとする大規模な構造物において、薄肉軽量化が進められ補剛板が広範囲に使用されている。しかしながら、補剛板の耐荷力は、薄肉構造物であるために残留応力や初期変形などの製作上の初期不整に大きく左右される。本論文は、初期不整のうち残留応力のみを考慮し、有限帯板法により圧縮補剛板の座屈強度を求めようとするものである。

2. 解析理論

補剛板の解析に際しては、板パネルおよび補剛材ともに帯板要素に分割し、有限帯板法により解析する。帯板要素の縦横寸法を $a_0 \times b_0$ 、板厚を t_e とし、残留応力を含む圧縮応力度の平均値を σ_{xx}^0, e, i 辺, j 辺の節線力を $(S_i, N_i, V_i, M_i, S_j, N_j, V_j, M_j)$ で表わし、これらの節線力に対応する節線変位を $(u_i, v_i, w_i, \theta_i, u_j, v_j, w_j, \theta_j)$ とする。このとき全ポテンシャルエネルギーは次のように与えられる。

$$We = \int_0^{a_0} \int_0^{b_0} \frac{t_e}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz - \frac{t_e}{2} \int_0^{a_0} \int_0^{b_0} \sigma_{xx}^0 e \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy dz - \int_0^{a_0} \left\{ (S_i u_i + N_i v_i + V_i w_i + M_i \theta_i) + (S_j u_j + N_j v_j + V_j w_j + M_j \theta_j) \right\} dx \quad \dots\dots\dots (1)$$

変位によって生じるひずみ成分は、微小変形を仮定して、

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

応力とひずみの関係は、

$$\sigma_x = E k_1 \epsilon_x + E k_2 \epsilon_y, \quad \sigma_y = E k_2 \epsilon_x + E k_3 \epsilon_y, \quad \tau_{xy} = E k_4 \gamma_{xy} \quad \dots (3)$$

弾性域では、 $k_1 = k_3 = \frac{1}{1-\nu^2}$, $k_2 = \frac{\nu}{1-\nu^2}$, $k_4 = \frac{1}{2(1+\nu)}$

塑性域では、座屈時のひずみの逆転はないとするBijlaadの変形理論を適用する。完全弾塑性体を仮定すると、一方向面内応力状態では、

$$k_1 = \frac{1}{2 - 4\nu + 3(E/E_s)}, \quad k_2 = 2k_1, \quad k_3 = 4k_1, \quad k_4 = \frac{1}{-1 + 2\nu + 3(E/E_s)}$$

(2)(3)式を(1)式に代入し、板厚方向に積分すると、ただし $De = E t_e^3 / 2$

$$We = \int_0^{a_0} \int_0^{b_0} \left[\frac{E t_e}{2} \left\{ k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2k_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + k_3 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + k_4 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{De}{2} \left\{ k_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2k_2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + k_3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 4k_4 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy - \frac{t_e}{2} \int_0^{a_0} \int_0^{b_0} \sigma_{xx}^0 e \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy - \int_0^{a_0} \left\{ (S_i u_i + N_i v_i + V_i w_i + M_i \theta_i) + (S_j u_j + N_j v_j + V_j w_j + M_j \theta_j) \right\} dx \quad \dots\dots\dots (4)$$

座屈変形により生じる面外変位と面内変位を次のように仮定する。ただし、 $\eta = y/b_0$

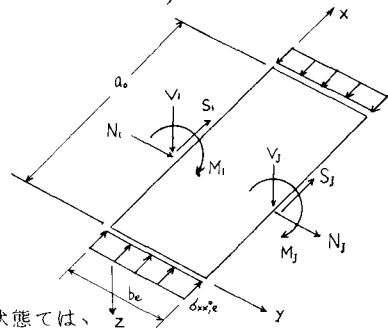
$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (-\eta) \bar{u}_{im} + \eta \bar{u}_{jm} \right\} \cos\left(\frac{m\pi}{a_0} x\right), \quad v = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (-\eta) \bar{v}_{im} + \eta \bar{v}_{jm} \right\} \sin\left(\frac{m\pi}{a_0} x\right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (-1-3\eta^2+2\eta^3) \bar{w}_{im} + (\eta-2\eta^2+\eta^3) b e \theta_{im} + (3\eta^2+2\eta^3) \bar{w}_{jm} + (-\eta^2+\eta^3) b e \theta_{jm} \right\} \sin\left(\frac{m\pi}{a_0} x\right)$$

(5)式とフーリエ級数に展開した節線力を(4)式に代入し、全ポテンシャルエネルギーの停留原理

$$\frac{\partial We}{\partial \bar{u}_{im}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{u}_{jm}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{v}_{im}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{v}_{jm}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{w}_{im}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{w}_{jm}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{\theta}_{im}} = \frac{\partial We}{\partial \bar{\theta}_{jm}} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

より、一つの要素に対して次のつり合い方程式が得られる。ただし、節線力および変位を三角級数表示したため、直交性より級数の各項間の連成はなくなり、各項ごとにつり合い方程式が成り立つ。



$$Fem = (Kgem - \lambda^2 Ksem) Uem \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $Fem = \{\bar{S}im, \bar{S}jm, \bar{N}im, \bar{N}jm, \bar{V}im, \bar{V}jm, \bar{M}im/b, \bar{M}jm/b\}^T$
 $Uem = \{\bar{u}im, \bar{u}jm, \bar{v}im, \bar{v}jm, \bar{w}im, \bar{w}jm, \bar{\theta}im \cdot b, \bar{\theta}jm \cdot b\}^T$

$Kgem$: 初期ひずみと帯板要素の幾何学的寸法から決まる剛性行列 b^* : 基準幅
 $Ksem$: 初期応力度 σ_{xx}^0 に関係する行列 t^* : 基準板厚
 σ_y : 降伏点

$$\lambda = \frac{b^*}{t^*} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{1.2(1-\nu^2)}{\pi^2 K}} \quad (\text{無次元基準幅厚比})$$

(7)式で得られた各要素マトリックスを基準座標で重ね合わせれば全体のつり合い方程式が得られる。

座屈問題の場合には、 $(Ksm - \frac{1}{\lambda^2} Kgm) Um = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$

コレスキー分解により上式を変形すると、 $(A - \frac{1}{\lambda^2} I) V = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$

ただし、 $A = (W^T)^{-1} Ksm \cdot W^{-1}$, $V = W \cdot Um$, $Kgm = W^T \cdot W$

W : 右上三角マトリックス I : 単位マトリックス

ここでは、倍精度ハウスホルダーQR法により固有値入を計算した。

なお、剛性マトリックスの詳細な内容は省略する。

3. 数値計算例

計算モデルとしては、図-1のようなモデルを考えた。

縦横寸法比 $\alpha = 1.0$, 補剛材数は3本である。サフパネルの幅厚比 b/t , 補剛材の幅厚比 hr/tr , 補剛材剛比 γ 等は道路示方書の許容範囲内である。

図-2は、補剛材剛比 γ を一定とした場合の鋼材別の座屈強度曲線である。それぞれの鋼材において、 γ は $R = 0.7$ のとき、 $\gamma = \gamma_N$ (γ_N : 道路示方書の規定による補剛材の必要最小剛比)

図-3は、道路示方書の規定による γ_N の低減規定を考慮した場合の SM50 材の座屈強度曲線であり γ を、 γ_N , $2\gamma_N$, $5\gamma_N$ とした場合についてそれぞれの座屈強度を求めた。

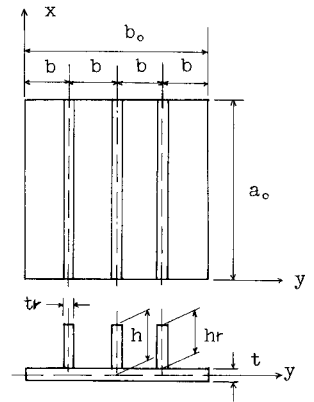


図-1

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{1.2(1-\nu^2)}{\pi^2 K}}$$

実線：全体座屈，波線：局部座屈

参考文献

- (1) 小松・牛尾：圧縮補剛板の弾塑性座屈強度と合理的設計法について 土木学会論文報告集第278号 1978。10
- (2) 永藤・宮本・岩崎：有限帯板法による補剛板の弾塑性座屈解析 土木学会東北支部 1980。3
- (3) 永藤・宮本・岩崎・その他：残留応力を考慮した補剛板の有限帯板法による弾塑性座屈固有値解析 岩手大学工学部研究報告 Vol. 33 1980
- (4) 金井・大塚：補剛板の設計法 土木技術資料 9-10。1977

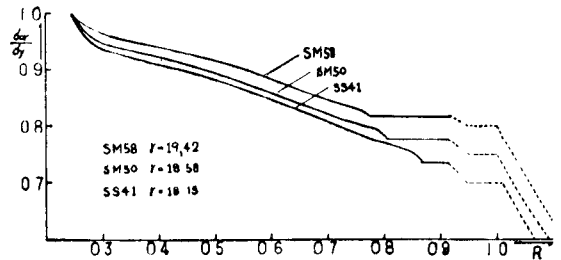


図-2

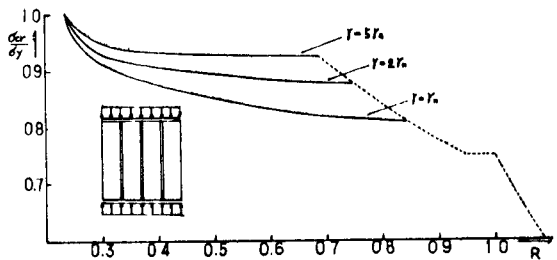


図-3