拘束ある曲線げたの有限変形特性

秋田大学　正員　○長谷部　薫
秋田大学　正員　　篠　農　知　徳
秋田大学　正員　　薄　木　征　三

1． 研究の目的　曲率半径の小さい曲線橋の挙動は直線橋のそれとはおよそ異なったものになる。そこで曲線橋の耐荷力の解析には薄肉曲線ばりの有限変形解析が必要となる。ここでは薄肉断面Ｉ形ばりからなる曲線格子げた橋の耐荷力に関する研究のうち、２主げた並列の曲線格子げたを対象とした有限変形解析を示す。解析方法は薄肉断面曲線ばりの有限なねじれ変形理論をもとに基本式として、一階常微分方程式を誘導し、伝達マトリックス法を用いる。また、曲線格子げた橋への適用のために、曲線格子げたの横げたの剛性を等価な剛性をもつバネ支承に置換してモデル化を行う。すなわちバネ拘束を受ける薄肉断面Ｉ形ばりの有限変形解析を示すことになる。横げたによる横補剛効果は主げたの形状寸法（曲率半径,中心角,主げた間隔）と断面形状及び載荷条件などによって異なるものと思われるが、ここではある一定な曲率半径，中心角及び断面形状の主げたを対象に横げたの剛度および横げたの配置をパラメーターにして横補剛効果への影響を考察した。

2． 解析の方法　薄肉断面曲線ばりの有限変形理論における変位場とひずみ成分：Lagrange表示の非線形のひずみ－変位関係式で部材軸方向変位 w の微係数の２次項を無視し、残りの非線形項の w を断面の剛体変位 w_o で近似し、さらに母線ごとの曲率半径の差異を無視して $R/\rho \fallingdotseq 1$ とする。このひずみ－変位関係式に棒理論の仮定を適用して次のように変位場が求められる。

$$u = u_o - y\sin\varphi - x(1-\cos\varphi)\ ,\quad v = v_o + x\sin\varphi - y(1-\cos\varphi)\ ,$$
$$w = w_o - x(\phi_y\cos\varphi + \phi_x\sin\varphi) - y(\phi_x\cos\varphi - \phi_y\sin\varphi) - \omega\psi_z \tag{1}$$

ここで $\phi_y = u_o'$, $\phi_x = v_o' + w_o/R$, $\psi_z = \varphi' - \phi_y/R$, u_o, v_o, w_o は原点０の x.y.z 軸方向の変位であり $(\ )'$ は $z = R\cdot\theta$ に関する微分をあらわす。ω はそり関数である。
これから非零のひずみ成分 ε_θ と γ_s が次のように得られる。

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_z + \frac{1}{2}\{\phi_x'^2 + \phi_y'^2 + (x^2+y^2)\varphi'^2\} - x(\phi_y'\cos\varphi + \phi_x'\sin\varphi + \frac{\sin\varphi}{R}) -$$
$$- y(\phi_x'\cos\varphi - \phi_y'\sin\varphi - \frac{1-\cos\varphi}{R}) - \omega\ell_\omega \quad , \quad \gamma_s = \Theta\psi_z \tag{2}$$

ここで $\varepsilon_z = w_o' - v_o/R$, $\ell_\omega = \varphi'' - \phi_y'/R$, Θ は開断面の場合には $\Theta = 2n$ である。
一階常微分方程式群：式（1），（2）を基礎式として仮想仕事の原理によりつり合い式と境界条件式を求めて、一階の常微分方程式群を誘導する。その結果を一括表示すると式（3）となる。
伝達マトリックス法による基本式の定式化：式（3）をマトリックス記号表示すると

$$\frac{d}{dz}\mathbb{V}(z) = \mathbb{A}(z)\,\mathbb{V}(z) + \mathbb{P}(z) \tag{4}$$

式（4）の一般解は

$$\mathbb{V}_k^R = \mathbb{F}_k\,\mathbb{V}_k^L \tag{5}$$

ここに
$$\mathbb{V}_k^R = \begin{bmatrix}\mathbb{V}(z)\\ 1\end{bmatrix}_k ,\quad \mathbb{V}_k^L = \begin{bmatrix}\mathbb{V}(0)\\ 1\end{bmatrix}_k ,\quad \mathbb{F}_k = \left[\begin{array}{c|c}\mathbb{S}(z) & \mathbb{S}(z)\int_0^z \mathbb{S}^{-1}(z_k)\,\mathbb{P}(z_k)\,dz_k\\ \hline 0 & 1\end{array}\right]$$

を表わし、$\mathbb{F}_k$ が格間伝達マトリックスである。格点マトリックス $\mathbb{P}_k$ は格点における変位の適合条件と力のつり合い条件より求められ

$$\mathbb{V}_{k+1}^L = \mathbb{P}_k\,\mathbb{V}_k^R \tag{6}$$

となる。横げたによるバネ拘束は格点マトリックス$\mathbb{P}_k$に導入され、その一例は式（7）に示される。

$$
\frac{d}{dz}\begin{bmatrix}\mathfrak{f}\\ \mathbb{Q}\end{bmatrix}=
\begin{bmatrix}
0 & \frac{1}{R} & 0 & -\frac{\phi_x}{2} & \alpha_1 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EF}\\
-\frac{1}{R} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EJ_x} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EJ_y} & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{EJ_\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_T}{R} & 0 & \alpha_3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \kappa_x & -\kappa_y & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_4 & 0 & -\frac{K_T}{R} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}\mathfrak{f}\\ \mathbb{Q}\end{bmatrix}+
\begin{bmatrix}0\\0\\0\\-X_x\\-X_y\\0\\0\\0\\-m_z\\0\\0\\-p_x\\-p_y\\-p_\theta\end{bmatrix}
\tag{3}
$$

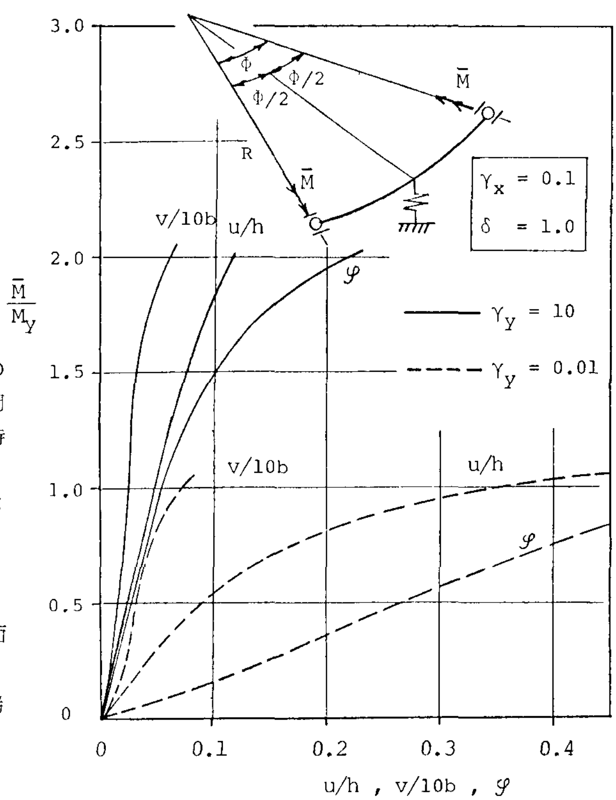
ここで $\alpha_1=-\frac{\phi_y}{2}(1+\frac{r_o{}^2}{R^2})$, $\alpha_2=-r_o{}^2(\frac{\phi_y}{R}+\frac{\psi_z}{2})$, $\alpha_3=-(GJ_T+K_T)$, $\alpha_4=-(N+\frac{K_T}{R^2})$

$\mathfrak{f}=\{w,v,u,\phi_x,\phi_y,\varphi,\psi_z\}$, $\mathbb{Q}=\{M_\omega,T_z,B_y,B_x,Q_x,Q_y,N\}$

$$
\begin{bmatrix}\mathfrak{f}\\ \mathbb{Q}\end{bmatrix}^L_{k+1}=\begin{bmatrix}\mathbb{I} & \mathbb{O}\\ \mathbb{C} & \mathbb{I}\end{bmatrix}_k\begin{bmatrix}\mathfrak{f}\\ \mathbb{Q}\end{bmatrix}^R_k+\begin{bmatrix}\mathbb{O}\\ \mathbb{Q}^*\end{bmatrix}_k \tag{7}
$$

$$
\mathbb{C}=\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\psi\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_\varphi & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & -K_{\phi y} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & -K_{\phi x} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & -K_u & 0 & 0 & K_{u\varphi} & 0\\
0 & -K_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
-K_w & 0 & 0 & K_{w\phi x} & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$\mathbb{Q}^*=[\,M_\omega^*,T_z^*,B_y^*,B_x^*,Q_x^*,Q_y^*,N^*\,]^T$$



3．結果　2－曲線主げた、1－横げたの曲線格子げたを想定して、図のような支間中央点でバネ拘束された曲線げたの変形特性を示す。形状寸法は Φ=0.4radian, R=4.3m, L/8R=1/20 である。横補剛剛度を示すパラメーターは、$\delta=F_\theta/bt_f$, $\gamma_x=J_{x0}/\frac{bt_f}{12}$, $\gamma_y=J_{y\theta}/\frac{bt_f}{12}$ である。F_θ, J_{x0}, J_{y0} は横げたの断面積，弱軸，強軸まわりの断面2次モーメントとする。

横げたの剛度をある程度大きくすると極端に横補剛効果があらわれることが分る。