曲げを受けるRC断面の確率論的安全性評価について

東北大学　学生員○原　隆一
東北大学　正会員　尾坂芳夫
東北大学　正会員　鈴木基行

―まえがき―

現在，構造物や部材の安全性を評価するにあたり，従来の許容応力度設計法における安全率から確率論をその背景としてより合理的に定められた部分安全係数を見出すことがその目標となってきている。最近　従来の平均値で線形化することによる二次モーメント法を批判する声が高まり，その設計値での線形化を有望とする考え方が研究の中心となってきた。ここでは曲げを受けるRC断面の安全性評価を設計値での線形化による二次モーメント法を基軸として行ないかつ設計値の意味などについて多少の検証を行なった。

―理論の展開―

今破壊基準が式(1)のような一般式で与えられた時、その設計における安全性指標βは式(2)のようになる。式(2)

$$g(X_1, X_2, \cdots, X_n) = Z = 0 \qquad (1)$$

$$\beta = m_Z/\sigma_Z \quad あるいは \quad m_Z - \beta\sigma_Z = 0 \qquad (2)$$

の意味はその平均値が原点($Z=0$)からσ_Zを単位として計ってどのくらい離れているかを示すものである。一般式$g()$ではβを式(2)より求めることができないので$g()=0$上の点で式(1)を線形化しその平均値，標準偏差を求める。

$$m_Z = g(X_1^*, X_2^*, \cdots, X_n^*) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}(m_i - X_i) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}(m_i - X_i) \qquad (3)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}\sigma_i\right)^2} = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)\sigma_i \qquad (4)$$

$$\alpha_i = \frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}\sigma_i\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}\sigma_i\right)^2\right]^{-1/2}$$

これを式(2)へ代入すると

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{X_i^*}(m_i - X_i^* - \alpha_i\beta\sigma_i) = 0 \qquad (5)$$

式(5)が成立するためには式(6)が成立することである。線形化点X_i^*は式(6)により見出せるわけであるが、α_iがまた

$$X_i^* = m_i - \alpha_i\beta\sigma_i \qquad i = 1, 2, \cdots, n \qquad (6)$$

X_i^*の関数であるので繰り返し計算が必要となるのである。

ところでβをより理解しやすいものにするため$Y_i = (X_i - m_i)/\sigma_i$という変換を行ない正規化すると$\beta$は次のようになる。

$$\beta = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\frac{\partial g}{\partial Y_i}\Big|_{Y_i^*}}{\sqrt{\sum\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i}\Big|_{Y_i^*}\right)^2}}\cdot Y_i^*\right) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i Y_i \qquad (7)$$

ここでα_iは$g()=0$なる超平面の方向余弦であり　線形化点Y_i^*と原点を結ぶベクトルとY_i^*での接線が直交する場合、式(6)は原点より$g()=0$までの距離を表わす。

一方、$g()=0$上の点を設計値とする考え方がある。これは安全性と経済性両者の観点より言って最も妥当であろう。しかし$g()=0$を満す座標の組合せは無数に存在するので、その中より最も安全側となるものを見出す必要がある。Ferry Borgesは破壊確率の概念を導入し，破壊領域でのP_fを求める積分の体積増加量が最大となる点を設計値とする考え方を示した。Heumschはgの分布が正規分布のような均整の取れた分布の場合，βを与える点がその点と一致することを示した。本論文ではg関数の構造変数として7ケの変数を与え、それらすべてが正規分布の場合と対数正規分布の場合の2ケースを考え、それらからgの分布を推定し，βを与える点が上記の点とほんのわずかしか離れておらず十分この考え方を満足することを示した。(図1，正規分布のみ示した)

以上の理論より設計値として妥当と思える点と，βを与える点が同一であるという考え方から出発して，原点

より $g(\cdot)=0$ までの長さの最小値を見出すことが本論文の一つの目的である。

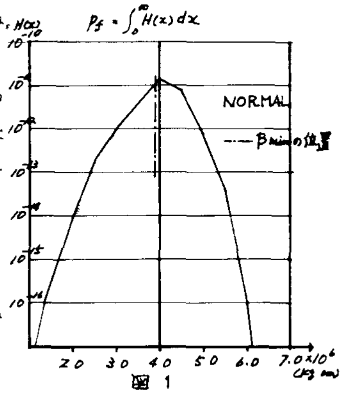

図 1

ー対象とする断面および g 関数ー

対象とする断面を単鉄筋長方形断面とし鉄筋量は許容応力度設計法による釣り合い鉄筋量とした。破壊基準を表わす g 関数は、耐力をWhitneyの理論による終局曲げモーメント，荷重は断面に加わる曲げモーメントとし次式で与えられる。

$$g(\cdot) = \sigma_s A_s \left(d - \frac{\sigma_s A_s}{1.7\sigma_c b}\right)E_R - F \qquad (8)$$

確率変数としては，σ_s, A_s, σ_c, b, d, E_R F の7ケを取り，E_Rは曲げモーメント修正係数である。

ーβの算定と特性値での線形化ー

以上述べた理論と仮定のもとで特性安全率 γ_R と β の関係を示したのが図2の実線である。この図は正規分布の場合について荷重の変動係数 $V_F=0.25$，$V_F=0.35$ の2ケースについて描いてある。また $g(\cdot)=0$ 上での線形化は上記のように収束計算を必要としあまり実用的でない。そこで設計値の近傍と思われる特性値での線形化を行なったのが図2の点線である。γ_R が大きくなると多少誤差が大きくなるが許容できる範囲であろう。

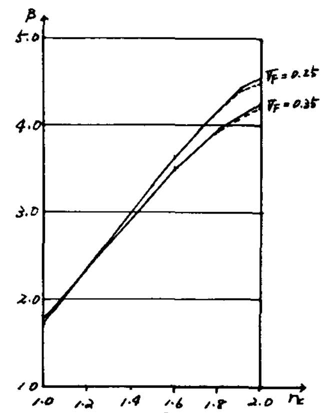

図 2

ー破壊確率の算定ー

以上で述べた β はたしかにある程度の安全性の尺度とはなりうるが、その値には分布型などといった要素は入っておらず，平均値と標準偏差を基軸に求められたもので変動性に関する情報が希薄であるといった欠点がある。それに比べて破壊確率 P_f は，現段階では β と同様相対的な比較にしかならないとは言え、その値ははるかに安全性に関する情報が多く，かつ信頼性の概念をつかみやすい。本論文では，構造変数を正規分布とする場合と対数正規分布とする場合の2ケースについて g 関数の分布を推定し P_f を求めた。正規分布の場合だけ図3に示したので参照されたい。

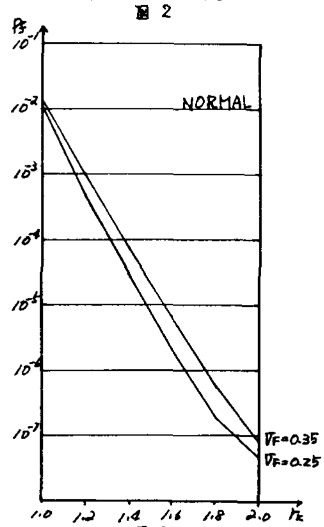

図 3

ー部分安全係数ー

ここでは P_f を基準にして安全性を定め，上記の理論より設計値を求めて次式のような設計フォーマットに書き直すことにする。σ_{ck}, σ_{sk}, F_k は特性値，

$$\frac{1}{\gamma_{hm}} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{\gamma_{mc}}, \frac{\sigma_{sk}}{\gamma_{ms}}\right) \geqq \gamma_F F_k \qquad (9)$$

他は安全係数である。以下 $P_f=10^{-5}$ に対して式(9)を定めると次のようである。

(1) 正規分布　$\gamma_R=1.6$　$V_F=0.35$

$$\beta = 3.67 \qquad \frac{1}{1.20} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.22}, \frac{\sigma_{sk}}{1.04}\right) \geqq 1.36 F_k \qquad (10)$$

(2) 対数正規分布　$\gamma_R=2.0$　$V_F=0.35$

$$\beta = 4.95 \qquad \frac{1}{1.34} f\left(\frac{\sigma_{ck}}{1.50}, \frac{\sigma_{sk}}{1.12}\right) \geqq 1.38 F_k \qquad (11)$$

ーあとがきー

式(10)，(11)の結果はあくまでも一つの試算にすぎず，各確率変数の分布型，パラメータなどが明確に定められてはじめて意味をもつものである。特に荷重は現在不明点が多くより深くその分布の実態をつかまなければ真の安全性の評価にならないことを付け加えて終ることとする。