

エネルギー的降伏規準に基づく岩質材料の応力-ひずみ関係

東北大学 学○平井弘義
東北大学 正 佐武正雄

1. 緒言

常温、低拘束圧の下で、ぜい性的な破壊特性を示す材料を総称して岩質材料と名づけることにし、これらに関して数多くの降伏条件や破壊条件が従来提案されている。降伏条件についてはこれをもとに構成式などの力学挙動を示す基礎式が導かれる。しかし従来の降伏条件を用いた場合、いずれも定性的な説明を手えうるが、定量的な面については不十分であると思われる。また常温、低拘束圧の下において、岩質材料では初期降伏とぜい性破壊の区別、つまり降伏条件と破壊条件の区別があり明確にされていないと思われる。そこで本研究では弾性ひずみエネルギーをせん断変形と体積変形に関する部分に分解し、それらを引数とするある関数が限界値に達すると降伏が生じうるという仮定に基づく降伏条件を提案する。次にこの降伏条件をもとに導かれる構成式等を実験結果と比較してその妥当性を検討していく。

2. 弾性ひずみエネルギーに基づく降伏条件

弾塑性材料に関し弾性状態が塑性状態かを区別する降伏関数と考え、その引数としては応力テンソル $\mathbf{T}$ 、ひずみテンソル $\mathbf{E}$ 、硬化パラメータ k などがあげられる。さらに等方性を仮定すると降伏関数は引数とするテンソルの不変量を用いて表わすことができる。次に降伏条件の物理的意味について考えてみる。レオロジ的性質に関する基礎的な公理を用いると、金属のような無孔物質と考えられる材料ではせん断変形に関する弾性ひずみエネルギーのみが降伏に関与していると仮定されるが、岩質材料のような多孔物質においては体積変形とせん断変形に関するそれぞれの弾性ひずみエネルギーが降伏に関与すると仮定される。連続体力学の立場から考えると線形弾性体の

弾性ひずみエネルギー表示式 $\frac{1}{2} \epsilon(\mathbf{T}, \mathbf{E})$ は2つのテンソル $\mathbf{T}$ と $\mathbf{E}$ の基本不変量となっていて、このことは先に述べた降伏関数の不変量表示に適合しており、弾性ひずみエネルギーは次のように分解される。

$$\frac{1}{2} \epsilon(\mathbf{T}, \mathbf{E}) = \frac{J_2}{2G} + \frac{I_1^2}{18K} \quad (1)$$

ここに式(1)の右辺の第1項と第2項はそれぞれせん断変形と体積変形に関する弾性ひずみエネルギーである。ゆえに降伏条件として

「せん断変形と体積変形に関するそれぞれの弾性ひずみエネルギーを引数にもつある関数 g が限界値 R に達したときに降伏が生じ」と仮定することができる。すなわち降伏関数 F は次のように表わされる。

$$F = g\left(\frac{J_2}{2G}, \frac{I_1^2}{18K}\right) - R = 0 \quad (2)$$

次に岩質材料について次のような力学特性

- (i) 引張のみならず圧縮応力の下でも降伏が生じる。
 - (ii) 圧縮強度が引張強度に比べ著しく大きい。
- を考慮し、式(2)の具体的な形として次のような降伏関数 f を仮定する。

$$f = J_2 + \lambda \sqrt{J_2} + \eta I_1^2 + \delta I_1 - k = 0 \quad (3)$$

$$\lambda > 0, \eta > 0, \delta > 0, k \geq 0 \quad (4)$$

ここに λ, η, δ はそれぞれ材料定数であり、 k は硬化パラメータである。式(3)において

- (i) J_2 を除き、 $\eta = 0$ とおくと Drucker の式
- (ii) $\lambda = 0, \eta = 0$ とおくと Griffith の放物型の式

- (iii) $\lambda = 0, \eta < 0, \delta > 0$ とおくと Hu の式⁽⁴⁾

のそれぞれに帰着する。

3. 応力-塑性ひずみ関係

三軸圧縮試験における応力-塑性ひずみ関係について考える。主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ として拘束圧を $\sigma_1 = \sigma_2$ 、軸圧を σ_3 とすれば、平均

主応力は $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, 偏差応力は $q = \sigma_3 - \sigma_1$ と書く。また塑性体積ひずみ速度を $\dot{v}^p$, 軸方向の偏差塑性ひずみ速度を $\dot{\epsilon}^p$ とする。いま降伏曲面に対する塑性ひずみ速度の直交性を仮定すると次式が成り立つ。

$$\frac{dq}{dp} = - \frac{\dot{v}^p}{\dot{\epsilon}^p} \quad , \quad (5)$$

次に初期降伏時の硬化パラメータを $k=0$ と仮定すると式(3)と(5)より次のような応力-塑性ひずみ関係が得られる。

$$\alpha = 3 \frac{y^2 - 18m\gamma y - 27\gamma}{m y^2 + 6\gamma y - 27m\gamma} \quad , \quad (6)$$

ここに $m = -\frac{5}{\sqrt{3}\gamma}$, $\alpha = -\frac{\dot{v}^p}{\dot{\epsilon}^p}$, $\gamma = \frac{q}{p}$ である。

さて岩質材料について式(3)あるいは式(6)に含まれる材料定数 γ , k , ν を具体的に決定するため、赤井⁵⁾による堆積軟岩の実験結果を用いると次のようになる。

$$\gamma = 54.6 \text{ [kg/cm}^2\text{]} , \quad \nu = 0.149 , \quad k = 42.9 \text{ [kg/cm}^2\text{]} \quad \text{----- (7)}$$

一方、式(6)において $m=0$ とすれば土質材料に対して Roscoe と Burland⁶⁾ によって提案された式と同じになり、この場合実験結果から材料定数を求めると

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \left(\gamma - \frac{M^2}{\gamma} \right) , \\ M &= 1.06 , \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。Fig. 1 において、○印を実験値、実線を式(6)、破折線を式(8)とする。特に式(6)によって与えられる曲線は実験式として与えられた直線とほとんど一致している。また Roscoe らは式(8)を導く際、偏差弾性ひずみ増分を無視するという仮定が用いられているが、本研究ではこのような仮定は使われていない。

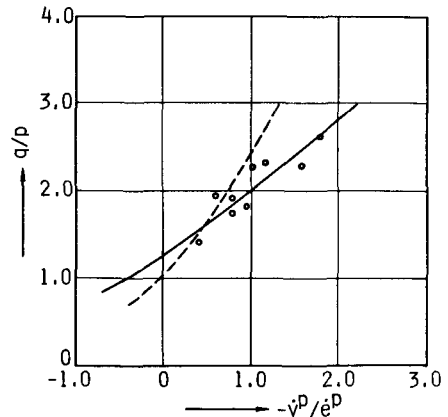


Fig.1 Relationship between q/p and $\dot{v}^p/\dot{\epsilon}^p$ for triaxial compression tests. (From Akai et al.⁵⁾)

4. 考察 および あとがき

土質材料に関して Roscoe と Burland⁶⁾ による式(8)の他にもう一つの構成式が提案されているが、これらの式を用いた場合、岩質材料の Fig. 1 に示される実験結果と比べると必ずしも十分なものでないと思われる。しるに本研究によって提案された降伏条件に基づく応力-塑性ひずみ関係は実験結果をよく表わしうるものである。今後はさらに硬化パラメータの表示式および破壊挙動について研究を進めてゆきたいと思う。

参考文献

- 1) 土木学会編, 土木技術者のための岩盤力学, 1975, pp. 198-204.
- 2) M. ライト著, 山田柳澤訳, 改訂レオロジーの基礎理論, 1962, pp. 3-13.
- 3) Truesdell, C., and Noll, W., The Non-linear Field Theories of Mechanics, in S. Flugge (ed.), "Encyclopedia of Physics," Vol. III, Springer-Verlag, 1965, p.31
- 4) Hu, L. W., and Pao, K. D., J. Franklin Inst., 264, 1963, pp 491-502
- 5) 赤井, 足立, 西, "堆積軟岩の弾・塑性挙動", 土木学会論文報告集, 第271号, 1978, pp. 83-95
- 6) Roscoe, K. H., and Burland, J. B., "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay," Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press, 1968, pp. 639-