

土の構成方程式に関する一考察

東北大学工学部 (正) 飛田 善雄

1 まえがき

数値解析手法, 例えは有限要素法, の発達に伴い より合理的な土の構成方程式に基づく解析が可能となってきた。土の応力-ひずみ関係の特徴づけるものは, 非線形性とダイレタンシーである。さらに動的問題を表現しようとする場合, いわゆるバウジグ効果, ヒステリシス特性も表現する事が必要になる。

簡単に構成式の発展をさぐらえてみると,

- 1) 非線形性 → Duncan Changらの双曲線近似に基づく式, 非線形弾性論
- 2) ダイレタンシー → Cam clay model, Pender, 関口らの式, 弾塑性論(等方硬化)
- 3) バウジグ効果, ヒステリシス特性 → Prevost, Zienkiewicz, (弾塑性論(移動硬化))

関口らの式は時間依存変形も取扱う事ができる。一般にこれらの式は, 土の特性を取り入れていくに従い, 求めるべきパラメタの数が多くなり, 実験手段は複雑なものとなる。現定地盤に於ける不均質性, 及び不飽和試料採取時の乱れの影響等を考慮すると, 複雑な式がどれ程, 現実問題に関して適用可能であるか疑問が残る。土質力学を体系づけるためには, その構成式を確立する必要性がある事はいうまでもないが, 現場の問題を従来の手法(多くは弾性理論, 一次元圧密理論及び円弧すべり等の手法)よりも合理的な手法で解析予測するために, 現場状況に応じた精度の構成式を用い, 数値解析手法により, その特性を把握し, 必要の追試験を行なうという姿勢も必要である。一つの例として軟弱地盤上の堤体の短期安定問題の適用を中心とする構成式について考察する。

2. 軟弱地盤上の盛土に関する問題

周知の如く, 軟弱地盤上に堤体を築造する場合, 最も危険な状態は, 築堤終了後である。この状態は, 三軸圧縮試験では, 非排水試験で与えられる。短期安定問題を解析するには, この非排水状態に於ける間げき水圧及び変形性状の予測が必要となる。現場状況をより良く再現するためには, 平面ひずみ試験器, Ko圧密後の供試体について非排水試験を行なうのが望ましいが, 現状では, 三軸圧縮試験器等圧密後の非排水試験によりパラメタを決定できる方が利便が多いものと思われる。

図1(A)に示す様な軟弱地盤上に堤体を築造した状況を考える。この時地盤中の要素Aの応力経路を図1(B)に示す。実線は全応力であり, 破線は有効応力経路である。Usは定常状態の間げき水圧, Ucは平均応力変化による過剰間げき水圧, Udはせん断応力変化による(ダイレタンシーによる)間げき水圧変化である。Kfは有効応力による破壊線, kfは全応力による破壊線とする。その時の応力-ひずみ曲線を図(C)に示す。非排水状態であるので体積ひずみ成分はあらわれない。簡単のために, 等方状態から非排水せん断されるものとしている。

変形は有効応力に変換されるものであるが, 図1の関係よりせん断応力としてEs上のせん断応力を用いても良い事が解る。これは非排水状態では, 堤体築造による平均応力の变化は, 変形に寄与しない。

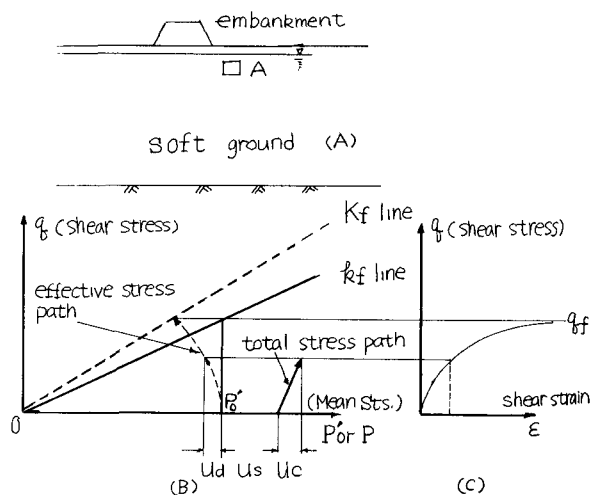


図1. 非排水状態に於ける応力経路と応力ひずみ曲線 [概念図]

事を示している。以下に構成式を求める手順を示し、現場をよりよく再現するため、 K_0 圧縮状態を構成式に取り入れる事を考える。

3. 正規圧縮粘土の非排水状態における構成式

三軸圧縮試験器を用いて σ_1 試験を行う。この際現場からの不攪乱試料採取には、充分の注意を払う。圧縮圧力は、少なくとも現場の工後圧よりも大きいものとし、圧力を3個以上選び σ_{1f}/P_0 の直線性及び K_f の一貫性を確認する。又 σ_{1f}/P_0 (σ_1 :せん断応力 σ_1 , P_0 :圧縮圧力 $=\frac{1}{3}(\sigma_1+2\sigma_3)$)とせん断ひずみ γ (以下に述べる定義により、軸ひずみ ϵ_a である)の一貫性(Normalized Behavior)を確認する。以下の式ではこれらの条件が必要である。

せん断ひずみの算出

非排水条件下における塑性ポテンシャルとして

$$q = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (1)$$

塑性論より、偏量塑性ひずみ増分 $de_{ij}^{(p)}$ は

$$de_{ij}^{(p)} = \lambda \frac{\partial q}{\partial S_{ij}} \quad (2)$$

$$\text{降伏条件 } f = f(P_0, q, x) = 0, \quad f = \frac{q}{P_0} - K(x) \quad (3)$$

$$\therefore K = \frac{q}{P_0} = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}, \quad x = \frac{2}{3} de_{ij}^{(p)} de_{ij}^{(p)}$$

塑性ひずみを生じさせる条件 $df=0$ より、 λ を求める

$$\lambda = - \frac{\frac{\partial f}{\partial P_0} dP_0}{\frac{\partial f}{\partial x} dx} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial P_0} dP_0}{\frac{\partial f}{\partial x} \left(\frac{2}{3} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}} \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial P_0} dP_0 = \frac{1}{P_0} \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2} dP_0 \quad (5)$$

応力比 $\eta = q/P_0$ と硬化パラメータ $x = \frac{2}{3} de_{ij}^{(p)} de_{ij}^{(p)}$ の関係を双曲線表示で近似する:

$$\frac{K}{\eta} = b + aK \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a} = \eta_f = \frac{q_f}{P_0} \\ b = H/a\eta = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

両辺を微分して、

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{1}{b} (1 - a\eta)^{-2} = H' \quad (7)$$

(5)式と(7)式(4)式に代入し、さらに(2)式に代入すれば

$$de_{ij}^{(p)} = \frac{3 S_{ij} S_{ij}}{2 H' P_0} dS_{ij} \quad (8)$$

が得られる。(以上、総和規約を用いる $S_{ij} S_{ij} = S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2 + S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2$)

間引き水圧の推定

有効応力経路を次式で近似する。(Pender, 1977)

$$\left(\frac{\eta'}{K_f}\right)^2 = \frac{P_0}{P'} \left\{ \frac{1 - P_0/P'}{1 - P_0/P_0} \right\} \quad \eta' = q/P' \quad (13)$$

(13)式を仮定する事により、 u_a 及び u_c なる過剰間引き水圧が求まる(図1参照)。以上の手順により

各要素の変形特性と過剰間引き水圧が算定される事

になる。但しこの式が適用可能な状態は、圧縮状態(仮圧)であり、伸張状態(例:引張断)については適用できない。

K_0 圧縮状態の再現

1. これは ϕ_{cu} が物理的の意味を持つない為である。

以上述べた手法により、 K_0 圧縮後の変形挙動を推定するため、図2に示す等価圧縮圧力(仮圧) P_e を用いる。すなわち(8)式における P_0 の代わりに P_e を用い、 $q_f = K_f \times P_e$ とする。 $H' = \frac{1}{b} (1 - \frac{\eta - \eta^*}{K_f - \eta^*})^2$, $S_{ij}^* = S_{ij} - \alpha_{ij} q_f (\alpha_{ij}$

は K_0 圧縮後の応力状態とする。) 降伏条件及び塑性ポテンシャルは S_{ij}^* により全て書き換えるものとする。又有効

応力経路は $\left(\frac{\eta' - \eta^*}{K_f - \eta^*}\right)^2 = \frac{P_e}{P'} \left\{ \frac{1 - P_e/P'}{1 - P_e/P_e} \right\}$ と仮定する。

4. あとがき 以上の式は近似的なものであり、一般性は有する限られた条件でのみ成立するものである事は注意を要する。過圧縮効果は容易に取り入れられる。

参考文献 1) Prevost (1977) 9th ICSMFE, Vol 2) Pender (1977) 9th ICSMFE Specialty Session No. 9

全ひずみ de_{ij} は弾性ひずみ $de_{ij}^{(e)}$ と塑性ひずみ $de_{ij}^{(p)}$ の和である

$$de_{ij} = de_{ij}^{(e)} + de_{ij}^{(p)}$$

$$\therefore de_{ij}^{(e)} = de_{ij} - de_{ij}^{(p)}$$

$$dS_{ij} = 2G de_{ij}^{(e)} = 2G (de_{ij} - de_{ij}^{(p)}) \quad (9)$$

(8)式を(9)式に代入して

$$dS_{ij} = 2G (de_{ij} - \frac{3 S_{ij} S_{ij}}{2 H' P_0} dS_{ij}) \quad (10)$$

(10)式の両辺に S_{ij} をかけて、 $S_{ij} dS_{ij}$ を求めると

$$S_{ij} dS_{ij} = \frac{H' P_0 2G S_{ij} dS_{ij}}{(H' P_0 + 2G)} \quad (11)$$

(11)式を(10)式に代入して、

$$dS_{ij} = 2G de_{ij} - \frac{6 G^2 S_{ij}}{(H' P_0 + 2G)^2} S_{ij} dS_{ij} \quad (12)$$

以上が一般応力状態における応力ひずみ関係式である

三軸圧縮状態の時、応力比 $\eta = \frac{q - q_0}{P_0}$ となり硬化パラメータ x は

$x = \int \frac{2}{3} de_{ij}^{(p)} de_{ij}^{(p)} = \int d\epsilon_a = \epsilon_a^p$ となる。(8)式における H' は

(6)式で $\eta = \frac{q - q_0}{P_0}$, $K = \epsilon_a^p$ とあって b 及び a を作図上決定する事により、(7)式で与えられる。

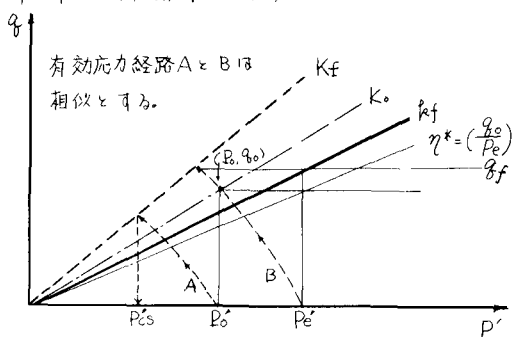


図2 K_0 圧縮を受け土の等価圧縮圧力 P_e と q_f の算出法