海浜流非定常解について

八戸工業大学　正会員　佐々木 幹夫

1. はじめに ：　本研究は非定常な海浜流の速度場の基礎方程式を厳密に解こうとするものではなく、近似解を用いて非定常解の基本的特性を知ろうとするものである。海浜流の非定常解については日野(1974)の研究がある。日野は流れの場に不安定理論を適用し、離岸流の卓越波数を求めている。本研究では日野の理論が用いられている。日野は解のHermite多項式展開に基づき時間増幅率Pを波数の関係から離岸流の発生間隔を明らかにしている。本研究では離岸流だけの方程式を流れの基本式から導き　この方程式に基づいて時間増幅率Pが6つの固有値で表わせることを示し　これらが無次元離岸流間隔Y_r^*, 底面摩擦 , radiation stress に関係していることを明らかにしている。

2. 基礎方程式 ：Phillips (1966, ch.3)によって導かれた海浜流の基本式は水深方向に平均化し、非線形項を落とし、速度場が摂動状態であることを考慮すれば次のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(d u_i)=0 \qquad (1) \qquad \frac{\partial u_i}{\partial t}+g\beta_i\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x_i}+R_i=0 \qquad (2)$$

ここに、$x_i=(x, y)$は水平座標で汀線方向にy軸、沖方向にx軸, $u_i=(u, v)$ は流れのx, y成分, dは平均水深, gは重力加速度, β_iは平均水面勾配による圧力項とRadiation stress 項（Bowen 近似）を1つにまとめることによって得る定数で$\beta_i=(\beta_1, \beta_2)$, $\beta_1=1+3\gamma^2/8$, $\beta_2=1+\gamma^2/8$, $\gamma=H/d$, H：波高と表わされ、R_iは底面摩擦と水平混合による抵抗項である。いま、抵抗項R_iを水口（1976）と同じように砕波帯内の混合の激しさを加味して($R_i=\bar{C}u_i/d$, $\bar{C}=\tilde{C}\sqrt{gd}\cdot d/d_B$, $\tilde{C}$. 摩擦係数）底面摩擦の形で表わすが、ここでは

$$\bar{C}=\tilde{C}\sqrt{gd_B}\cdot d/d_B \quad d/d_B \cdots (3) \quad x=\xi X_B,\ y=\eta X_B,\ d=\xi d_B,\ t=\tau T,\ u_i=u_i^*\sqrt{gd_B} \quad (4)$$

と表わすことにする。式(1)(2)より$\bar{\zeta}$を消去し、. 式(4)の無次元量を用いれば

$$\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}u_i^*+\mu_1\frac{\partial}{\partial\tau}u_i^*+\alpha_i\frac{\partial}{\partial\xi_i}\left\{-\frac{\partial}{\partial\xi_j}(\xi u_j^*)\right\}=0 \quad ここに\ \mu_1=\frac{\tilde{C}(\sqrt{gd_B})^2}{Td_B}\Big/\frac{\sqrt{gd_B}}{T^2},\ \alpha_i=gd_BT^2\beta_i/X_B^2 \qquad (5)$$

を得る。上式は減衰振動であり、摩擦項は減衰項としての役割を果していることがわかる。

3　流れの時間増幅率　　式(5)よりv^*を消去するとu^*の方程式として次式を得る。

$$\left[\left(L_1-\alpha_2\xi\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)^2\left(L_1-\alpha_1\xi\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}-2\alpha_1\frac{\partial}{\partial\xi}\right)-\alpha_1\alpha_2\left(L_1-\alpha_2\xi\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)(L_2)^2\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}+\alpha_1\alpha_2^2L_2\frac{\partial^4}{\partial\eta^4}\right]u^*=0 \quad (6)$$

ここに、　$L_1=\partial^2/\partial\tau^2+\mu_1\partial/\partial\tau$, $L_2=\xi\,\partial/\partial\xi+1$ 　・　・・・・(7)

いま、砕波帯内に閉じ込もる海浜流系が最小離岸流間隔Y_r^*に結びついている点に着目して、u^*を次のように

$$u^*=A_1\xi(1-\xi)e^{P\tau}\cos k\eta,\quad k=2\pi/Y_r^*,\quad Y_r^*=Y_r/X_B \quad \cdots\ (8)$$

とおくと、式(8)を式(7)に代入した残差Rが$\xi=1/2$にて零になるようにとれば、Pの式として次式を得る。

$$(P^2+\mu_1P)^3+(2a+\alpha_1)(P+\mu_1P)+\left(a^2+\frac{3}{2}\alpha_1a\right)(P^2+\mu_1P)+\frac{3}{2}\alpha_1a^2=0 \cdots \quad (9)$$

$$ここに\quad a=\frac{1}{2}\alpha_2k^2 \quad \cdots\ (10)$$

式(9)(10)より、固有値PはP_1〜P_6まで6つあり、これらはk, μ_1, α_1, α_2, によって与えられることがわかる。