

有限幅の開水路の側壁から垂直に出された平板周辺の流れに関する研究

秋田大学 正員 石井 千万太郎
 学生員 〇渡部 幸伸
 学生員 柴田 勇二

1. はじめに ほとんどの場合、流れの場を解析するには、主流域とほとんどの離れ領域を区分するほとんどの離れ流線が特に重要である。本研究の対象とする流れのほとんどの離れ流線に対する従来の解析では、自由流線理論が応用されているが、この解析モデルから得られる自由流線は実際のほとんどの離れ流線とは大きく異なっている。そこで、本文では、モデルの流れと実際の流れとの違いを考慮した解析モデルを提案し、この解析から求められるほとんどの離れ流線で実際の流れを十分に近似し得るかどうかを検討している。

2. 流れの解析モデル 本研究の対象とする流れの場の概念図は図-1に示されるが、自由流線を用いたの解析に対するモデルとして図-2を提案する。解析モデルの要点は以下のように述べられる。

1) 水制先端Cから出発する流線C₁D₁は、C₁D₁の $\delta = KU_0$ の速度をもつ自由流線と、D₁D₂のこの流線上の速度がD₁点の $\delta = KU_0$ からD₂点の $\delta = 0$ まで減少し、 $\theta = -\theta_b = \text{const}$ の直線状流線とで構成されている。2) 水制下流側E、またはD₂点での横断方向の流速分布を水制下流側無限遠点AまたはF点での流速 U_0 の一様分布としている。3) 自由流線上の速度を $\delta = KU_0$ とおき、Kの値により解析結果が変化し得るとしている。Kの値は、水制上流の流れの状態を表わす無次元量により決められるものであると主張している。4) 水制前面に形成されるほとんどの離れ領域に注目し、主流とほとんどの離れ領域を直線上の壁面でおきかえている。おきかえられた境界壁面と水制側壁とをすす角を θ_a としている。 θ_a は実際の水制の角度と、水制上流の流れの状態を表わす無次元量によって決められる。5) 自由流線C₁D₁の長さsがあらかじめ与えられるものとし、その代わり θ_a が解析の中で決定される未知量としている。自由流線C₁D₁の長さsを $\int_C^{D_1} ds = s$ と表わし、入は水制上流の流れの状態を表わす無次元関数である。

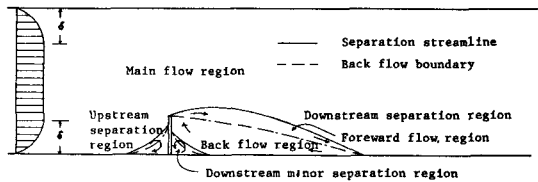


図-1 平板周辺の流れ

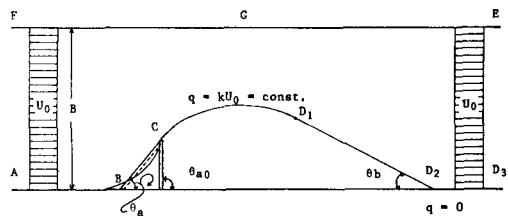


図-2 モデルの物理平面

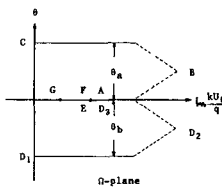


図-3 速度平面

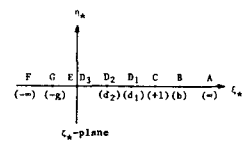


図-4 補助平面

3. 解析 図-2の物理平面 図-3の速度平面および図-4の補助平面を用い等角写像・自由流線理論を参考に解析すると (詳細について参考文献を参照されたい。)

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_F}{l} &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B}{l} \right) \int_{\xi_*}^{\eta_*} \frac{\cos \frac{1}{\pi} (\beta_1 \theta_a + \beta_2 \theta_b) - \theta_b}{\xi_*} d\xi_* \quad (1) \\ \frac{y_F}{l} &= \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B}{l} \right) \int_{\xi_*}^{\eta_*} \frac{\sin \frac{1}{\pi} (\beta_1 \theta_a + \beta_2 \theta_b) - \theta_b}{\xi_*} d\xi_* \quad (2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{(b-d_1)(\xi_*-d_1)}}{(b-d_1)(1-\xi_*)} \\ \beta_2 &= \tan^{-1} \frac{(1-d_2)(\xi_*-d_1)}{(d_1-d_2)(1-\xi_*)} \end{aligned} \right\}$$

($0 \leq \beta_1, \beta_2 \leq \frac{\pi}{2}$) ($1 \geq \xi_* \geq d_1$)

となり、 ξ_x を媒介変数とする自由流線の式が得られた。解析モデルのところでも述べたように、 K 、 λ 、 B/l 、 θ_a は流れの境界条件及び平板前面の流れの条件より与えられるものとしているので、

$$|n|k = + \frac{2\theta_a}{\pi} \left| n \frac{\sqrt{b-1} + \sqrt{b-d_1}}{\sqrt{1-d_1}} - \frac{2\theta_b}{\pi} \left| n \frac{\sqrt{1-d_1} + \sqrt{d_1-d_2}}{\sqrt{1-d_1}} \right. \right. \quad (4)$$

$$= - \frac{2\theta_a}{\pi} \left| n \frac{\sqrt{d_1(b-1)} + \sqrt{b-d_1}}{\sqrt{b(1-d_1)}} + \frac{2\theta_b}{\pi} \left| n \frac{\sqrt{d_1(1-d_2)} + \sqrt{d_1-d_2}}{\sqrt{d_2(1-d_1)}} \right. \right. \quad (5)$$

(1)~(3)式から流線CD₂を計算するには θ_a, b, d_1, d_2 を求める必要があるが、それらは(4)~(7)式で与えられる。(4)、(5)式は A点とD₂点の Ω 平面と Σ_x 平面の対応から、(6)式と(7)式はそれぞれ、 $\overline{BC} = l$ 、 $\overline{CD_2} = \lambda l$ の条件から得られる。

$$\frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{K} \right) \left(\frac{B}{l} \right) \int_1^b \left\{ \frac{\sqrt{(b-1)(\xi_x-d_1)} + \sqrt{(b-d_1)(\xi_x-1)}}{\sqrt{(1-d_1)(b-\xi_x)}} \right\} + \frac{2\theta_a}{\pi} \times \left\{ \frac{\sqrt{(1-d_2)(\xi_x-d_1)} + \sqrt{(d_1-d_2)(\xi_x-1)}}{\sqrt{(1-d_1)(\xi_x-d_2)}} \right\} - \frac{2\theta_b}{\pi} \frac{d\xi_x}{\xi_x} = 1 \quad (6)$$

$$d_1 = \exp \left\{ -\pi K \lambda / (B/l) \right\} \quad (7)$$

4 数値計算例

上記の(1)~(7)式は解析的に解かれなため数値計算により解かれる。図-5は $\lambda = 7.0$ 、 $B/l = 10.0$ 、 $\theta_a = \pi/3$ のケースについて得られた結果があるが、このとき解が存在する K の値は $1.283 < K < 1.327$ の範囲にある。

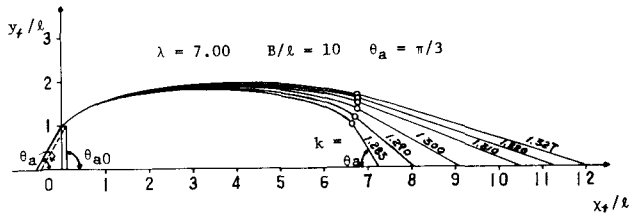


図-5 流線CD₂の計算例

この図から 提案モデルの解析から得られる

流線で、実際のほく離流線と表す可能性のあること、 K の値の増加で、ほく離領域が長くなることとわかる。

5. 実験との対応 図-6と7は 室内実験水路で着着者が行った実験結果の一例で、 $B/l = 10.0$ 、 $Fr = U_m / \sqrt{gR} \approx 3.9$ 、 $Re = U_m l / \nu \approx 7500$ 、 $\delta/l \approx 0.5$ のケースに対するものである。図-6には平板周辺の流速分布と、流速分布と水深分布とから次式を用いて得られたほく離流線上の点が、示されている。

$$Q = \int_0^y u l dy \quad (8) \quad \left(\begin{array}{l} Q: \text{流量, } l: \text{水深, } y: \text{平板の対壁からの距離} \\ u: \text{水深方向平均速度の水路方向成分, } y: \text{ほく離流線上の点} \end{array} \right)$$

図中に示されているBCD₂の曲線は、図-5のケースの $K = 1.327$ に対応する流線であり、それらの点と良く一致していることがわかる。

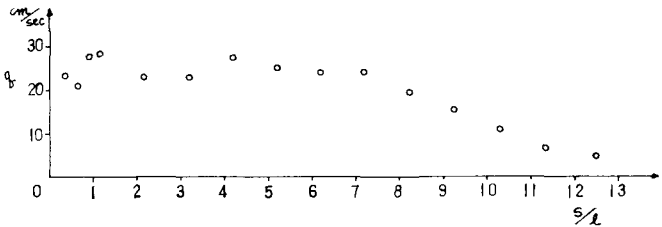


図-7 ほく離流線上の速度

また、図-7は ほく離流線上の速度 u の変化を示しているが、図から解析モデルの要点1)に関連して、 $\delta = \text{const}$ とみなされる流線の長さを δ とすると、 $\delta/l \approx 7.0$ であり、

その後徐々に δ が再付着点に向けて減少するとみることが

できるとみることが

参考文献

C. ISHII; Proc of ICPND, Bangkok, Thailand, Jan. 1980, PP. 783-794

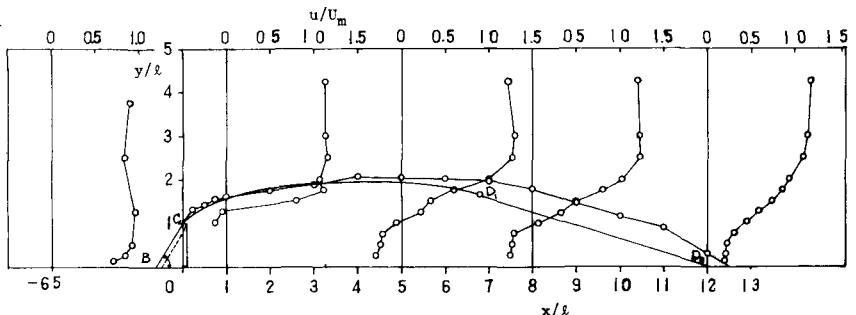


図-6 流速分布 および ほく離流線