秋田県内における確率別降雨強度曲線について

秋田大学　正員　石井 千万太郎
学生員　斉藤　寿

1　はじめに　　近年，治水の重点が中小河川に移行しているが，これらの河川には十分な流出資料がないため，流出解析のほとんどが合理式を用いて行なわれている。その解析には洪水到達時間内の最大平均降雨強度を必要とするが，中小河川では洪水到達時間は2～6時間であり，この時間内の降雨強度を推定する降雨強度式として一般に3定数型の君島式が用いられている。そこで本文では，君島型の降雨強度式にGumbel分布の確率分布を加味した確率別降雨強度式を採用し，それを各地の雨量観測所での雨量データにあてはめる問題について検討している。

2. 確率別降雨強度式のあてはめ　　データへのあてはめに用いる確率別降雨強度式を(1)式とする。

$$I = \frac{aY+b}{t^c+d} \qquad \left(\begin{array}{ll} I：\text{確率降雨強度} & Y = \left[-\ln\{\ln(1/1-F)\}\right] \\ F：\text{超過確率} & t：\text{雨の継続時間} \\ a,b,c,d：\text{パラメーター} & \end{array} \right) \qquad \text{——— (1)}$$

観測所の確率別降雨強度のデータは，n個の点(ξ_j, η_j, ζ_j) $(j=1,2,\cdots n)$で表わされる。ただし，ξ，η，ζは，それぞれ(1)式のI，F，tに対応する。(1)式のデータへのあてはめは，このn個の点に

$$g(I,F,t\,;\,a,b,c,d) \equiv I - \frac{a\left[-\ln\{\ln(1/1-F)\}\right]+b}{t^c+d} \qquad \text{——— (2)}$$

をあてはめる，つまり，パラメーター a,b,c,d の推定値 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ を求める問題に帰着する。

(2)式で示されるように，パラメーターが非線形であるため，最小自乗法を用いるためには，まずパラメーターの近似値 $\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}$ を求め，それらの値を用い(3)式の連立方程式を解き，パラメーターの補正値 $d\alpha, d\beta, d\gamma, d\delta$ を求めて，それらの値から(5)式によってその推定値を求めることになる。

$$\begin{bmatrix} [P_j g_\alpha^j g_\alpha^j] & [P_j g_\alpha^j g_\beta^j] & [P_j g_\alpha^j g_\gamma^j] & [P_j g_\alpha^j g_\delta^j] \\ [P_j g_\alpha^j g_\beta^j] & [P_j g_\beta^j g_\beta^j] & [P_j g_\beta^j g_\gamma^j] & [P_j g_\beta^j g_\delta^j] \\ [P_j g_\alpha^j g_\gamma^j] & [P_j g_\beta^j g_\gamma^j] & [P_j g_\gamma^j g_\gamma^j] & [P_j g_\gamma^j g_\delta^j] \\ [P_j g_\alpha^j g_\delta^j] & [P_j g_\beta^j g_\delta^j] & [P_j g_\gamma^j g_\delta^j] & [P_j g_\delta^j g_\delta^j] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\alpha \\ d\beta \\ d\gamma \\ d\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [P_j g_\alpha^j g_0^j] \\ [P_j g_\beta^j g_0^j] \\ [P_j g_\gamma^j g_0^j] \\ [P_j g_\delta^j g_0^j] \end{bmatrix} \qquad \text{——— (3)}$$

ここで　g_0は(2)式のgに，$g_i^j, g_f^j, g_\alpha^j, g_\beta^j, g_\gamma^j, g_\delta^j$ は(2)式のgをI，F，a，b，c，d で微分したものに，(ξ_j, η_j, ζ_j) および $\bar{\alpha},\bar{\beta},\bar{\gamma},\bar{\delta}$ の値を代入したものである。

$$P_j = \left(g_i^j g_i^j / P_{ij} + g_f^j g_f^j / P_{fj}\right)^{-1}, \quad P_{ij} = \sigma^2/\sigma_{ij}^2, \quad P_{fj} = \sigma^2/\sigma_{fj}^2 \qquad \text{——— (4)}$$

(4)式中のσ^2は適当に定めることができる因子であり，σ_{ij}^2とσ_{fj}^2は，それぞれ，降雨強度と超過確率の分散を示す。

$$\alpha = \bar{\alpha} - d\alpha, \quad \beta = \bar{\beta} - d\beta, \quad \gamma = \bar{\gamma} - d\gamma, \quad \delta = \bar{\delta} - d\delta$$

3. 降雨強度データと超過確率の誤差の評価　　最小自乗法による上述の計算を行なうためには，降雨強度データとその超過確率の誤差の評価をする必要がある。降雨強度データの誤差としては，ここでは，雨量の読み取り誤差と，最大t時間雨量が連続的な曲線のハイエトグラフからではなく，定時刻で一時間の時間幅で区分された柱状図の降雨曲線から計算されるために過少に計算されるための誤差とを考えている。前者については，貯水型自記雨量計では，読み取りの最小単位は0.1㎜，転倒ます型雨量計では読み取りの最小単位が0.5㎜であるので，それぞれ雨量の誤差の分散は　$\sigma_{ij1}^2 = 1.667\times10^{-3}\,mm^2$，$4.167\times10^{-2}\,mm^2$　と計算される。(詳細については講演時発表)　後者については，誤差の計算にはモデルのハイエトグラフが必要であるが，そのハイエト

グラフの形として中央に一個のピークを持ち，ピークを中心として左右対称形を仮定すると，降雨強度式との関係から，そのハイエトグラフの式として次式が導かれる。[1),2)]

$$i_{a\,or\,b}(t_{a\,or\,b}) = \frac{e\{(1-c)(2t_{a\,or\,b})^c + d\}}{\{(2t_{a\,or\,b})^c + d\}^2} \qquad (6)$$

ここで $e = aY + b$

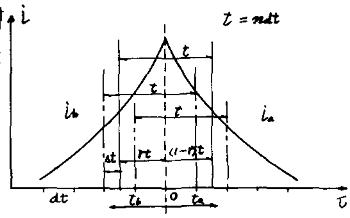

図-1 ハイエトグラフ

そこで誤差ΔRは，図1-1に示される実線の区間の真の最大t時間雨量 R_{max} と一点鎖線の区間の雨量 R_1 または二点鎖線の区間の雨量 R_2 の差で与えられるがその結果は次式となる。

$0 \leqq \Delta t \leqq dt/2$ のとき

$$\Delta R = \frac{et}{t^c+d} - \frac{0.5e(t+2\Delta t)}{(t+2\Delta t)^c+d} - \frac{0.5e(t-2\Delta t)}{(t-2\Delta t)^c+d} \qquad (7)$$

$dt/2 < \Delta t \leqq dt$ のとき

$$\Delta R = \frac{et}{t^c+d} - \frac{0.5e(t+2\Delta t-2dt)}{(t+2\Delta t-2dt)^c+d} - \frac{0.5e(t-2\Delta t+2dt)}{(t-2\Delta t+2dt)^c+d} \qquad (8)$$

そこで，次に Δt が 0 から dt までの範囲の値を一様な確率でとるものと考えられるので，ΔRの平均値 $\overline{\Delta R}$ および平均値のまわりの分散 $\sigma_{\Delta R}^2$ は次式で計算される。（$\sigma_{\Delta R}^2 = \sigma_{ijz}^2$）

$$\overline{\Delta R} = \frac{1}{dt}\int_0^{dt} \Delta R\, d(\Delta t), \quad \sigma_{\Delta R}^2 = \frac{1}{dt}\int_0^{dt} (\Delta R)^2 d(\Delta t) - (\overline{\Delta R})^2 \qquad (9)$$

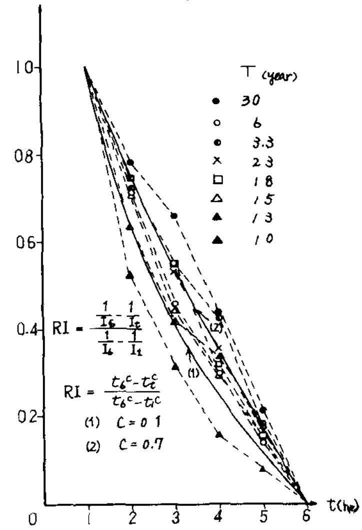

図-2 RI～τ

次に，降雨強度データの Plotting Position として Thomas Plot を用いたが その誤差の分散は，Thomas Plot の誘導方法を参考にして，次式のように与えられている。[2),3)]

$$\sigma_{f_i}^2 = \frac{i(n+1-i)}{(n+1)^2(n+2)} \qquad (10)$$

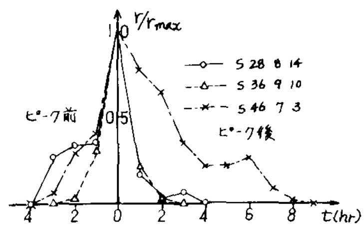

図-3 秋田市における降雨曲線の例

4. 適用例（秋田市の場合）

図-2は（1）式の成立の妥当性を秋田市の降雨強度データにより検討したものであるが，超過確率とCの値に若干の関連性が見られている。また図-3は実際の秋田市の降雨曲線の例を示したものである。図では，降雨期間中のピークの位置について特徴がなく，降雨によりさまざまな位置をとっているのがわかる。以上のように（1）式の妥当性，誤差評価に用いられるハイエトグラフの仮定に若干の問題があるが，ここに提案されている方法により，図-4に示されている秋田市の降雨強度データに最小自乗法による降雨強度式のあてはめが試みられた。その結果として得られた確率別降雨強度曲線は図-4の曲線群である。なお秋田市では，最大1時間雨量については 全ての時刻で一時間幅でとられた雨量のうちの最大値をとっているので（7）or（8）式で考えられている誤差は考えなくともよい。—

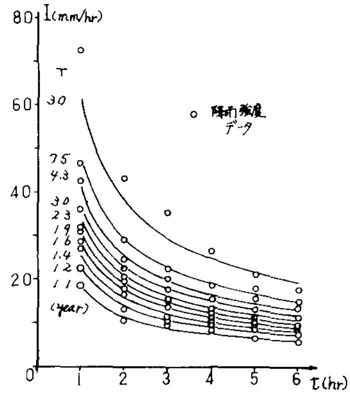

図-4 最適確率別降雨強度曲線

参考文献 — 1) 石黒・岩井；「応用水文統計学」（森北出版） 2) 金丸・高棹；「水文学」（朝倉書店） 3) 石井・斉藤；確率別降雨強度式のあてはめのための Thomas Plot と最大t時間雨量の誤差の評価，東北地域災害科学研究 研究報告 第16巻（投稿中）