

初期たわみを有する鋼板の非線形挙動について

東北大学工学部 学生員 〇深谷茂広
東北大学工学部 正員 倉西 茂

1 まえがき 薄肉プレートガーダー橋のウェブと圧縮フランジのすみ肉溶接部に、疲労き裂が発生することが報告されている。これは、ウェブのもつ初期不整としての初期たわみのために、繰返し面状荷重によってウェブが面外にたわむことが原因となっている。ウェブの従来の研究では、ウェブパネルは4辺単純支持として計算が行なわれる場合が多く、したがって圧縮フランジとウェブの取付け部の2次曲げについて十分な検討がなされていない現状にあると思われる。本研究は、初期たわみを有する薄肉ウェブが面内の曲げを受ける場合の挙動について、ウェブパネルを対辺固定・他辺単純支持の場合と、四辺単純支持にした場合について、たわみ特性および固定辺の2次曲げに着目して比較検討したものである。

2. 解析方法 本研究では、初期たわみを有する腹板パネルを平面三角形の集合体として離散化を行ない有限要素法を用いて、幾何学的非線形性を考慮した有限変形解析を行なった。なお、鋼材は弾性範囲内として材料の非線形性は考慮しなかった。以下その概要を述べる。

Von Karman の仮定にもとづく板のひずみ-変位の関係式より、要素のひずみエネルギー増分を求め全ポテンシャルエネルギー停留の原理より増分形式の平衡方程式 (1) を誘導した。次式で与える。

$$[K] \{ \Delta d \} = \{ F + \Delta F \} - \{ R \} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに 接線剛性マトリックス $[K]$ は次のようになる。

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{pp} & k_{pb} \\ k_{bp} & k_{bb} + k_G \end{bmatrix}$$

ただし、
 k_{pp} 面内変形に関する剛性マトリックス
 k_{pb}, k_{bp} 面内および面外の変形の連成に関する剛性マトリックス
 k_{bb} 曲げ変形に関する剛性マトリックス
 k_G 幾何学的剛性マトリックス

また、用いた変位関数は式 (2) に与えるものである。

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 z + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \\ w &= \beta_1 z_i + \beta_2 z_j + \beta_3 z_k + \beta_4 z_i z_j + \beta_5 z_j z_k + \beta_6 z_k z_i + \beta_7 (z_i z_j^2 - z_j z_i^2) \\ &\quad + \beta_8 (z_j z_k^2 - z_k z_j^2) + \beta_9 (z_k z_i^2 - z_i z_k^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 z_i, z_j, z_k は座標を表す。

平衡方程式 (1) の解法にあたっては、増分法と修正 Newton-Raphson 法とを組合せた混合法を用いた。また内力の算定は次のような方法で行なった。

先行状態と現行状態間の節点変位増分に対しては、微小変形理論が成立するものと考え、Murray - Wilson の移動座標法⁽¹⁾を用いて、節点変位増分から剛体変形を除去を行なって正味の要素節点変位増分を求め、正味の要素節点変位増分と線形剛性マトリックスの積を要素節点力増分として内力の算定を行なった。

次に解析モデルを図-1 に示した。外力は曲げモーメントに等価な節点力として加えた。

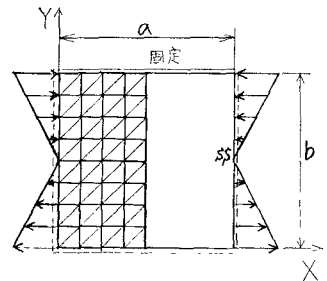


図-1 解析モデル

初期たわみ形状は $W_0(x, y) = W_0 \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b)$ を採用し、 $(m, n) = (1, 1)$ 、 $(1, 2)$ の2ケースについて検討を行った。最大値 W_0 は道路橋示方書1534に規定している $b/250$ の値の前後の領域について計算を行った。

3. 解析結果

四辺単純支持の計算例を図-2、図-3に示した。諸量は、 $a/b = 1$ 、 $b/t = 250$ 、 $W_0 = b/250$ 、 $(m, n) = (1, 1)$ である。

図-2の荷重-たわみ曲線は、横軸、縦軸をそれぞれ、たわみを板厚で、作用曲げモーメントを座屈荷重で無次元化して表わしている。腹板パネルの中点Cでは M/M_{cr} が0.4付近から反転が始まり、口端では M/M_{cr} が0.9付近で反転の傾向を示している。図-3は M/M_{cr} が0、0.447、1.044の場合のたわみ形状を示したものでたわみが最大となる点、断面 EE' のA点となっている。

以上、計算結果の1例を報告したわけですが、パラメータを種々変えた計算結果については簡易当日に発表する予定であります。

4. 結論

腹板の面外変形挙動は初期たわみのモードによって異なることが明らかになった。本解析の問題点としては、外力を等価節点力に加えていることから、断面の応力分布は実際の分布と異なることで、変位強制による解析との比較が必要である。

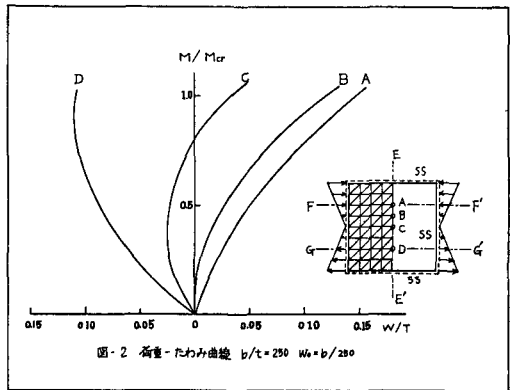


図-2 荷重-たわみ曲線 $b/t = 250$ $W_0 = b/250$

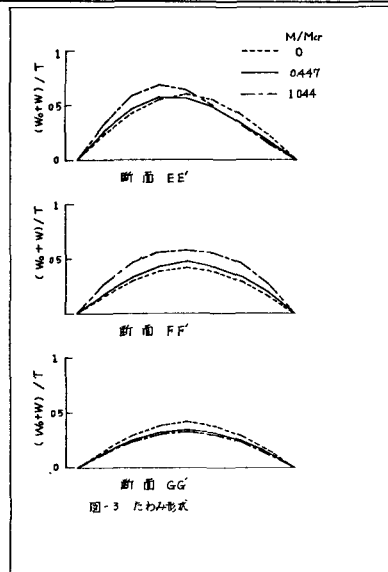


図-3 たわみ形状

参考文献

- (1) Murray and Wilson "Finite - Element Large Deflection Analysis of Plates" ASCE, EMI, 1969年.