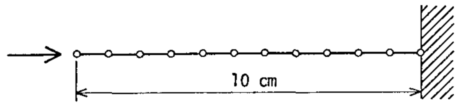
# 要素モデルの振動数誤差を考慮した応答解析について

東北工業大学　正会員　秋田　宏

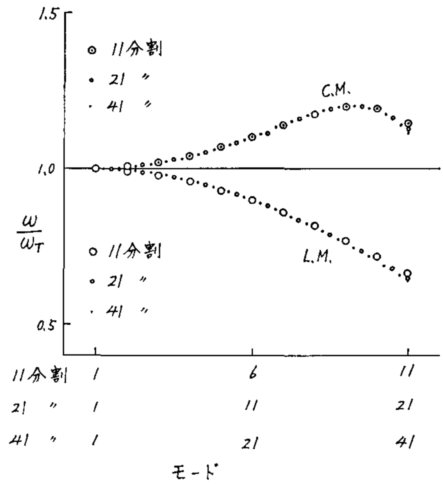
連続体を有限要素モデルで置きかえ、逐次積分により応答解析を行う場合、特に応力値に関しては、積分法、質量マトリクスの型、モデル分割数、時間きざみの組合せが悪いと、大きな誤差をともなうことがある。ここでは1次元の弾性棒に生じる縦振動を例にとり、地震荷重が作用した場合の応力誤差の程度を調べてみる。

図－1のモデルに対して固有振動数を求め、理論値に対する比で表わすと図－2のようになる。すなわち、高次のモードでは整合質量で20%、集中質量で35%程度の誤差となる。このように大きな振動数誤差を含むモデルに対し、矩形インパルスのように高次のモードの影響を無視できない荷重を作用させると、当然のことながら応力値には大きな誤差が出てくる。図－3は、モード解析において理論振動数と要素解振動数を用いた場合の比較である。理論振動数では理論解に対する良い近似となっているが、要素解振動数では不規則な振動をともない、誤差の最大は60%にも達している。

さて、逐次積分を行う場合、正確な積分法を用いると、モード解析で要素解振動数を用いたものと良く一致する結果が得られる。すなわち、正確な積分法では振動数に大きな誤差を含んだモデルの挙動を忠実に再現するために、結果として良い近似にならないものと思われる。たとえば、ルンゲ・クッタ・ギル法、塩尻らの方法、時間軸に有限要

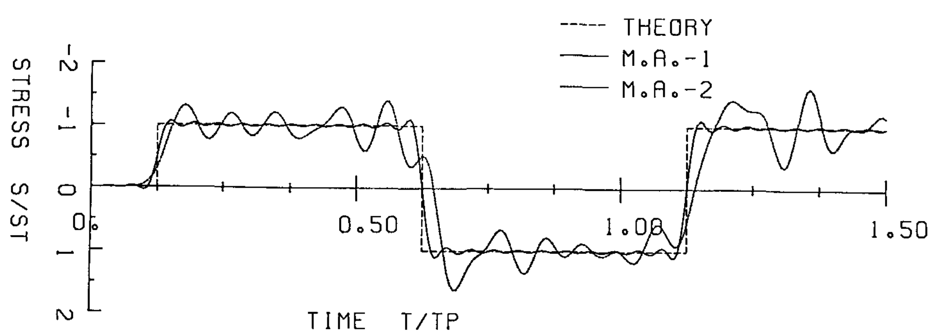



図－1




図－2

図－3



素を用いる方法などがその例である。

そこで、位相遅れ等をともなう、あまり正確でない積分法に属するニューマークのβ法で、積分による位相遅れと要素モデルの振動数誤差を相殺させることを考える。理論解との比較から、整合質量マトリクスについては、$\beta = 1.77$、$\frac{h}{T} = 0.5$ の近傍が良いことが解ったが、その場合の相殺の具合を図-4に示す。

それでは、地震荷重の場合にどうであるかを調べたのが図-5、6である。いずれもモード解析において、理論振動数と要素解振動数を用いた場合の比較であり、エル・セントロ波を用いている。応答応力の最大のみを問題とするだけならば、両者の差は10%程度であるが、経時的な変化ではかなり差のあることがわかる。β法で、諸因子を最適に選んだ場合については、当日発表する。

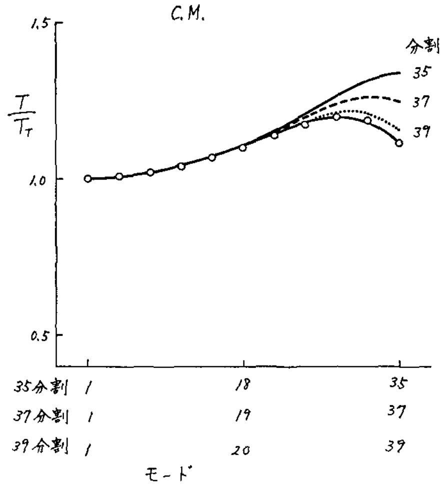



図-4

図-5

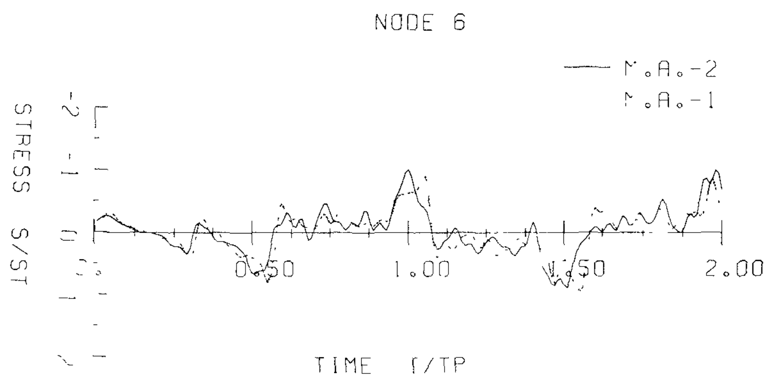



図-6