

有限帯板法による補剛板の弾塑性座屈解析

岩手大学

正員 宮本 裕

正員 岩崎正二

学生員 永藤寿喜

1 まえかき

板及び補剛板について 有限帯板法によるパラメトリック解析とし 弾性座屈 及び 残留応力度も考慮した弾塑性座屈解析をなし 分割数と収束状況、及びその有効性を考慮するものである。

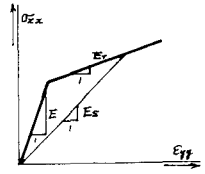
2 解析の理論

解析にあたっての主要な仮定事項は、次のものになる。①材料は 等方性の完全弾塑性体である。②塑性域の応力-ひずみ関係は、座屈変形に伴うひずみの反転はないものとして Hensky の変形理論を用いる。③補剛された平板の弾塑性分岐座屈のみを対象とする。④座屈時の変形は 縦方向の面外、面内変形ともに三角級数、横方向には 面外変形は、3次多項式、面内変形は 1次式で近似する。⑤残留応力は 縦方向のすみ肉溶接、かど溶接などにより、て生じる縦方向残留応力のみを考慮し それを初期応力と考え 作用応力と同等に扱う。⑥板パネル及び補剛材を構成する帯板要素は すべて 等厚等方性板とする。

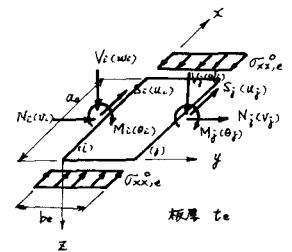
塑性域においての Hensky の変形理論及び 弾性域の応力-ひずみ関係を考慮する。そして座屈直前のひずみ成分 ϵ_{ij} 、応力成分 σ_{ij} 、相当応力度 $\bar{\sigma}$ 及び $\beta = (1 - \frac{\gamma}{\bar{\sigma}}) \frac{1 - E_T/E}{E_T/E}$ が、座屈に伴い それぞれ $\epsilon_{ij} + \delta\epsilon_{ij}$ 、 $\sigma_{ij} + \delta\sigma_{ij}$ 、 $\bar{\sigma} + \delta\bar{\sigma}$ 、 $\beta + \delta\beta$ に変化した時の応力増分、ひずみ増分の関係は、次の様になる。 $\delta\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} \{ (\sigma_{xx} - \frac{1}{2}\sigma_{yy})\delta\beta + \beta(\delta\sigma_{xx} - \frac{1}{2}\delta\sigma_{yy}) + \delta\sigma_{xx} - \nu\delta\sigma_{yy} \}$ 、 $\delta\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} \{ (\sigma_{yy} - \frac{1}{2}\sigma_{xx})\delta\beta + \beta(\delta\sigma_{yy} - \frac{1}{2}\delta\sigma_{xx}) + \delta\sigma_{yy} - \nu\delta\sigma_{xx} \}$ 、 $\delta\epsilon_{xy} = \frac{1}{E} \{ \frac{3}{2}\sigma_{xy}\delta\beta + (\frac{3}{2}\beta + 1 + \nu)\delta\sigma_{xy} \}$ 次に これらを $\{ \delta\sigma_{xx}, \delta\sigma_{yy}, \delta\sigma_{xy} \}^T = EK \{ \delta\epsilon_{xx}, \delta\epsilon_{yy}, \delta\epsilon_{xy} \}^T$ にして、座屈直前までは $\sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0$ 、 $\bar{\sigma} = \sigma_{xx}$ と 及び完全弾塑性体の為 $E_T = 0$ を代入して 整理すると 下式になる。

$$\begin{cases} \delta\sigma_{xx} \\ \delta\sigma_{yy} \\ \delta\sigma_{xy} \end{cases} = E \begin{cases} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{cases} \begin{cases} \delta\epsilon_{xx} \\ \delta\epsilon_{yy} \\ \delta\epsilon_{xy} \end{cases}$$

弾性の場合には $k_1 = k_3 = \frac{1}{1-\nu^2}$ 、 $k_2 = \frac{\nu}{1-\nu^2}$ 、 $k_4 = \frac{1}{2(1+\nu)}$
 塑性の場合には $k_1 = \frac{1}{2-4\nu+3(E_T/E)}$ 、 $k_2 = 2k_1$ 、 $k_3 = 4k_1$ 、 $k_4 = \frac{1}{-1+2\nu+3(E_T/E)}$



右図の様な板に、残留応力度を含む圧縮応力度 $\sigma_{xx,0}$ が 作用している場合の座屈強度を 有限帯板法によて解析する。ただし、座屈変形は 微小と考え 3次以上の項を無視したので 面外変形と面内変形の連成はない。要素内の変位 u, v, w は x 方向には 三角級数、 y 方向には 面外変位は 3次 Hermite 補間式、面内変位は 1次式を用いて仮定する。Chang のや、た様に仮定した式をポテンシャルエネルギーの式に代入して その停留原理から それぞれ マトリックスを誘導する。



3. 要素のマトリックス

① 面外変形に関するマトリックス

$$\frac{\pi^4 D^*}{a^2 b^*} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ & & & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{w}_m b^* \\ \bar{w}_m \\ \bar{w}_p b^* \\ \bar{w}_p \end{bmatrix}$$

$a_{11} = (\frac{b_0}{b^*}) (\frac{t_0}{t^*})^3 \{ \frac{1}{105} m^4 \alpha_1 + \frac{4}{15} m^2 \alpha_2 + 4 \alpha_3 + \frac{8}{15} m^2 \alpha_4 \} - \lambda^* \frac{1}{105} m^2 (\frac{b_0}{b^*})^2 \frac{t_0}{t^*}$
 $a_{12} = (\frac{t_0}{t^*})^3 \{ -\frac{11}{210} m^4 \alpha_1 + \frac{4}{5} m^2 \alpha_2 + 6 \alpha_3 + \frac{2}{5} m^2 \alpha_4 \} - \lambda^* \frac{11}{210} m^2 (\frac{b_0}{b^*})^2 \frac{t_0}{t^*}$
 $a_{13} = (\frac{b_0}{b^*}) (\frac{t_0}{t^*})^3 \{ -\frac{1}{140} m^4 \alpha_1 - \frac{1}{15} m^2 \alpha_2 + 2 \alpha_3 - \frac{2}{15} m^2 \alpha_4 \} + \lambda^* \frac{1}{140} m^2 (\frac{b_0}{b^*})^2 \frac{t_0}{t^*}$
 $a_{14} = (\frac{t_0}{t^*}) (\frac{13}{420} m^4 \alpha_1 - \frac{1}{5} m^2 \alpha_2 - 6 \alpha_3 - \frac{2}{5} m^2 \alpha_4) - \lambda^* \frac{13}{420} m^2 (\frac{b_0}{b^*})^2 \frac{t_0}{t^*}$
 $a_{22} = (\frac{b_0}{b^*}) (\frac{t_0}{t^*})^3 \{ -\frac{9}{70} m^4 \alpha_1 - \frac{12}{5} m^2 \alpha_2 - 12 \alpha_3 - \frac{24}{5} m^2 \alpha_4 \} - \lambda^* \frac{9}{70} m^2 (\frac{b_0}{b^*})^2 \frac{t_0}{t^*}$, $a_{33} = a_{11}$, $a_{34} = -a_{12}$, $a_{44} = a_{22}$, $a_{23} = -a_{14}$

ここで b^* 基準幅, t^* 基準板厚, m モーメント, $\alpha_1 = \left(\frac{b^*}{a_0}\right)^2 \left(\frac{b_0}{b^*}\right)^2 \frac{k_1}{\pi^2}$, $\alpha_2 = \frac{k_2}{\pi^2}$, $\alpha_3 = \left(\frac{a_0}{b^*}\right)^2 \left(\frac{b^*}{b_0}\right)^2 \frac{k_3}{\pi^2}$, $\alpha_4 = \frac{k_4}{\pi^2}$
 $\zeta = \frac{1}{1-\nu^*} \left(\frac{b_0}{b^*}\right) \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{\sigma_{x0}^*}{\sigma_y^*}\right)$, $D^* = \frac{E(t^*)^3}{12}$, λ^* (固有値) $= \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \frac{12(1-\nu^*)}{\pi^2} \left(\frac{\sigma_y^*}{E}\right)$

② 面内変形に関するマトリックス

$$\frac{\pi^4 D^*}{a_0^2 b^*} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ & & & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_m \\ \bar{v}_m \\ \bar{u}_{ym} \\ \bar{v}_{ym} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} = (4m^2\beta_1 + 12\beta_4) - \lambda^* \frac{1}{3} m^2 \zeta, & a_{12} = (6m\beta_2 - 6m\beta_3) \\ a_{13} = (2m^2\beta_1 - 12\beta_4) - \lambda^* \frac{1}{6} m^2 \zeta, & a_{14} = (-6m\beta_2 - 6m\beta_3) \\ a_{22} = (12\beta_3 + 4m\beta_6) - \lambda^* \frac{1}{3} m^2 \zeta, & a_{23} = -a_{14}, & a_{24} = a_{22} \\ a_{33} = (-12\beta_3 + 2m^2\beta_6) - \lambda^* \frac{1}{6} m^2 \zeta, & a_{34} = a_{11}, & a_{35} = -a_{12} \end{pmatrix}$$

ここで $\beta_1 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{b_0}{b^*}\right) \frac{k_1}{\pi^2}$, $\beta_2 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{a_0}{b^*}\right) \frac{k_2}{\pi^2}$, $\beta_3 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{b^*}{b_0}\right) \left(\frac{a_0}{b^*}\right) \frac{k_3}{\pi^2}$, $\beta_4 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right) \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{a_0}{b^*}\right)^2 \frac{k_4}{\pi^2}$
 $\times \left(\frac{b^*}{b_0}\right) \frac{k_4}{\pi^2}$, $\beta_5 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{a_0}{b^*}\right) \frac{k_4}{\pi^2}$, $\beta_6 = \left(\frac{b^*}{t^*}\right)^2 \left(\frac{t_0}{t^*}\right) \left(\frac{b_0}{b^*}\right) \frac{k_4}{\pi^2}$

そして 基準座標系でマトリックスを重ね合わせれば、全体マトリックスが得られる。ただし平板の場合
 上述した様に 面外・面内に 分かれるが 補剛板の場合には、板パネルの面外変位と 補剛材の面内変位と適合
 させる為に 分離できない。そしてこの全体マトリックスから 倍精度ハウスホルダーQR法で 一般固有値計
 算を実施した。

4 残留応力度分布について

残留応力度分布をモデル化し モーメント及び断面内のフリあいによって 残留応力度分布を決定する。

板パネルの中立面まわりのモーメントのフリあいより 下式が 求まる。

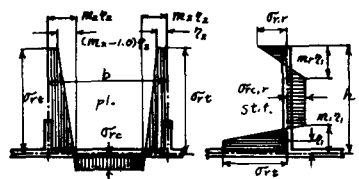
$$\frac{\zeta_1}{b} = \frac{\sqrt{3(B_1 + 2B_2 + 3B_3) - 3B_4}}{2(B_3 + B_6 - B_7)} \quad \text{ただし } B_1 = \{4(m^2 + m_1 + 1) + m_2^2\} (\sigma_{rc,r}^*)^2$$

$$, B_2 = \{2(m^2 + m_1 + 1) \sigma_{rc,r}^* + m_2^2 \sigma_{rc,r}^*\} \sigma_{rc,r}^*, B_3 = m_2^2 (\sigma_{rc,r}^*)^2, B_4 = m_2$$

$$\times (\sigma_{rc,r}^* + \sigma_{rc,r}^*), B_5 = \{m^2 + m_1 + 1 - m_2^2\} \sigma_{rc,r}^*, B_6 = (m^2 + m_1 + 1) \sigma_{rc,r}^*$$

$$B_7 = m^2 \sigma_{rc,r}^* \quad (\text{ただし } * \text{ の記号は、応力を } \sigma_y \text{ で割って無次元化している})$$

更に断面内の引張力と圧縮力が 等しい事より $\frac{k_2}{b} = \frac{\sigma_{rc,r}^* + (\sigma_{rc,r}^* - \beta_2) N \delta}{(m_2 + 1)(\sigma_{rc,r}^* + \sigma_{rc,r}^*)}$ である。
 したがって $B_2 = \frac{1}{2} \{ (m_1 + m_2 + 1) \sigma_{rc,r}^* + (m_1 + 1) \sigma_{rc,r}^* + m_2 \sigma_{rc,r}^* \} \left(\frac{\zeta_1}{b}\right)$, $\delta = \zeta_1 t^* / (b_0 t)$, N 補剛材本数



5 数値計算例

① 板の弾性座屈 図1に示す板について、座屈係数を算出し パネル分割数と収束の関係を示す。 n 分割数

② 板の弾塑性座屈 図3に示す4辺単純支持の単一平板で 残留応

力度分布は 図4に示す。そしてその結果は 図5に示す。なお
 R は 無次元幅厚比 $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^*)}{E}}$ と表わされる。

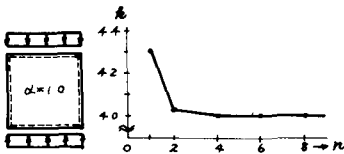


図1

図2

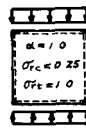


図3

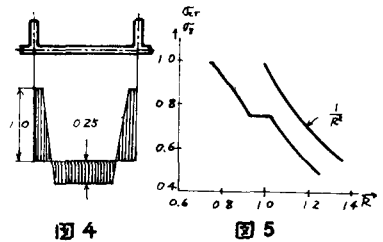


図4

図5

ただし 上図の残留応力度分布は 上述の

計算方法による。

③ 補剛板の弾性座屈 図6に示す4辺単純支持で 補剛材を一本有する補剛板の座屈係数を計算し サバパネル
 分割数や 補剛材分割数と収束の関係を 図7に示す。ただし $\delta=0.05$, $\delta=5.0$ である。

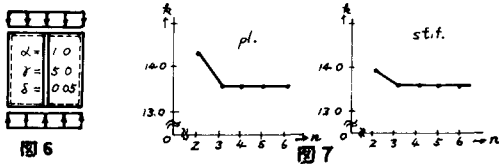


図6

図7

参考文献 (1) 小松, 牛尾 圧縮補剛板の弾塑性
 座屈強度と合理的設計法について, 土木学会
 論文報告集 第278号 1978年10月
 (2) 小堀, 吉田 鋼構造設計理論, 森北出版