

はり理論による shear-lag 解析と有効幅について

秋田高専土木工学科 正員 〇 坂 江 保
秋田大学土木工学科 正員 稼 農 知 徳
秋田大学土木工学科 正員 薄 木 征 三

1. はじめに

広幅フランジ断面を有する橋梁等においてはフランジ上の軸応力分布がウェブとの接合部で最大となり、中央に向かつて減少する傾向を示す。この現象は shear-lag と呼ばれ、この影響が大きい部分では、もはや従来のはり理論は適用できない。すなわち、このような場合、全断面が曲げモーメントに抵抗するにほだえず、軸応力がフランジ上で一定分布する、という仮定に基づいたはり理論によって断面設計を行なうことは危険となる。したがって、示方書では有効幅を規定し、shear-lag を考慮したうえではり理論を用いるよう定められている。

我々は、これまで精密化理論の観点より、せん断変形を考慮したはり理論の展開を試みてきた。その理論は、応力のつり合いを楕円に導く繰り返しひずみ成分を修正する逐次近似法であるが、従来のはり理論とよく近似したときよく近似で収束が認められた。そのひずみ成分より軸応力分布を計算すると、はり理論と保持したうえで、断面内の応力変化、すなわち shear-lag を評価できる。

本報告は、簡単な実験により本法で得られる理論値の妥当性を確かめ、さらに理論式より有効幅を計算し得られる種々の結果を示したものである。有効幅を定める際、特に、ウェブ部分の有効幅に与える影響に注目し、計算を行った。

2. 理論式

一方曲げのみととりかると、本法では、次式のような軸応力分布表示式が得られる。

$$\sigma_x = -E \chi U'' + E \frac{J_y}{K_{yy}} B_x U_s'' \quad (1)$$

上式において、 U_s はせん断変形によるたわみ、 U は全たわみを表わし、従来のはり理論の曲げによるたわみを U_b とすると、 $U = U_b + U_s$ である。また、 J_y は断面 2 次モーメント、 K_{yy} は新しく定義した断面諸量で、他に本法で用いた断面諸量も含め次式で与えられる。

$$K_{yy} = \int_F \chi B_x dF, \quad D_{yy} = \int_F \frac{S_x^2}{x} dF, \quad R_{yy} = \int_F B_x^2 dF \quad (2) a-c$$

(1) 式および (2) 式の B_x , S_x は x に関する座標で、各々次式のように定義した。

$$B_x = \int_0^s \frac{1}{x} S_x ds, \quad S_x = S_{x0} - S_{x1}, \quad S_{x0} = \int_{x_1}^s x \cdot t ds$$

$$S_{x1} = \left(\oint \frac{1}{x} S_{x0} ds \right) / \left(\oint \frac{1}{x} ds \right) \quad (3) a-d$$

上式中、 s は薄肉材の中心線に沿う座標である。(1) 式において、新しく定義した B_x 座標によって断面内の応力変化が求められる。

本報告では、はり形式として、単純ばりに等分布荷重が作用した場合、および単純ばり中央に集中荷重が作用した場合の 2 ケースを対象とした。各々に對して微分方程式を解くと、解は次式のようになる。

$$U_b = \frac{P_x \ell^4}{24 E J_y} \left\{ \frac{x}{\ell} - 2 \left(\frac{x}{\ell} \right)^3 + \left(\frac{x}{\ell} \right)^4 \right\}$$

$$U_s = \frac{P_x \ell^2}{2 E J_y} \frac{(n-1)}{k^2} \left\{ \frac{x}{\ell} - \left(\frac{x}{\ell} \right)^2 \right\} + \frac{P_x}{E J_y} \frac{(n-1)}{k^4} \left\{ \frac{\sinh kx}{\sinh k\ell} - 1 \right\}$$

等分布荷重 (4) a, b

$$U_b = \frac{P \ell^3}{48 E J_y} \left\{ 3 \left(\frac{x}{\ell} \right) - 4 \left(\frac{x}{\ell} \right)^3 \right\}$$

$$U_s = \frac{P}{E J_y} \frac{(n-1)}{k^2} \left\{ \frac{kx}{2} - \frac{\sinh k\ell}{\cosh(k\ell/2)} \right\}$$

集中荷重 (5) a, b

(4) 式、(5) 式において、 k , n は断面諸量により決まる定数で各々次式となる。

$$n = \frac{1}{1 - \frac{K_{yy}}{J_y \cdot R_{yy}}}, \quad k^2 = \frac{G}{E} n \frac{D_{yy}}{R_{yy}} \quad (6) a, b$$

3. 実験結果

実験は、 $15 \times 7 \text{ cm}$ のチャンネル断面を有するスパン長 80 cm の試験体を作製し、単純支持として行なった。本法は、断面形不変の仮定に基づいてゐるため、 5 cm およびに隔壁を配し、フランジ上の軸応力に注目するため、フランジ板厚 0.32 cm 、ウェブ板厚 0.6 cm とした。図-1は、はり中央に1本の集中荷重を作用させたときの載荷点の軸応力分布とプロットしたもので、実線は理論値を表わしてゐる。ウェブとの接合部でわずかに実験値が大きい、全体の傾向は、ほぼ一致してゐるものと思われる。図-2は、フランジ上の応力と拡大したもので、従来のはり理論による値、および、E. REISSNER の理論による値も同時に示した。

4. 有効幅の数値計算例

ここでは、本法の軸応力分布式より次式として有効幅とれ、数値計算を行なった結果を示す。

$$\lambda = \frac{\int_0^b \sigma_x dy}{(\sigma_x)_{\max}} \quad (7)$$

対象とした断面は、2軸対称箱形断面で、はり形式として単純ばりを用い、等分布荷重作用、および中央に集中荷重が作用した場合の2ケースについて計算した。(4)式、(5)式と各々(1)式に代入して軸応力を求め、(7)式より有効幅を計算し、最大曲げモーメントの生ずるはり中央断面の値を示した。

通常、示方書では、曲げモーメントの分布形状、およびフランジ幅のスパン長に対する比 b/L によって有効幅を規定してゐるが、本報告では、ウェブ部分の有効幅に与える影響を示すため、フランジ幅のウェブ高に対する比 α 、フランジ断面積のウェブ断面積に対する比 γ の2つのパラメーターにより結果を表示した。

図-3は等分布荷重が作用した場合、図-4は集中荷重が作用した場合で、縦軸に有効幅比 λ/b 、横軸に b/L をとつてゐる。両ケースとも $\alpha = 2.0$ の場合を示した。図-3では、 γ による変化はわずかで、 b/L によって有効幅を規定しても使用上問題はなから、図-4より集中荷重の場合、 γ による変化がかなりみられ、もはや b/L のみによって有効幅を規定するのは無理なように思われる。

5. まとめ

本法により得られる理論値は、実験により実情にかなり近い値を示すといえる。また、有効幅については、特に、集中荷重の載荷点において、かなりの低下がみられ、さらに、ウェブの影響を含めた有効幅の規定が必要であるように思われる。一般に、橋梁構造物では、分布荷重が支配的ではあるが、連続ばりの中間支点上等、集中荷重の影響が大きい部分においては、設計の際、特に注意を要するものと思われる。

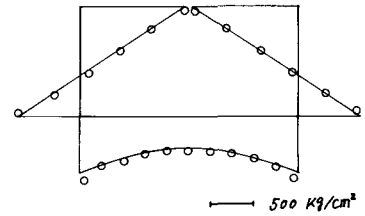


図-1

— 本法
--- 従来のはり理論
- - - E. REISSNER の理論

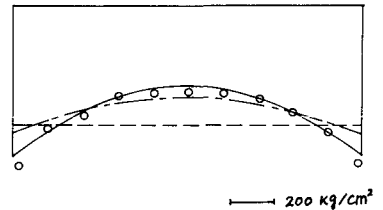


図-2

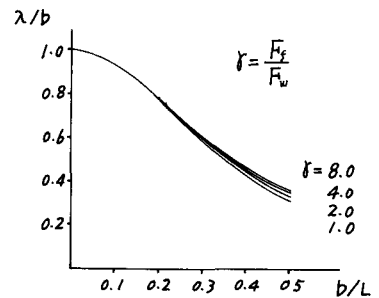


図-3

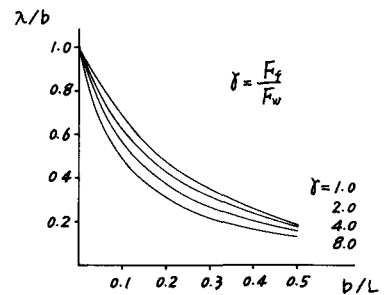


図-4