

津波遇上の二次元解析

東北大工正会員 佐藤 淳
東北大工正会員 首藤伸夫

1. 序

陸上にはい上がり、た津波の挙動を把握するため、Lagrange 的記述による津波遇上解析の二元問題を取扱う。この方法によれば、平面的な拡がりをもつ複雑な地形も水深という表現で容易に考慮できる利点がある。まずは初期段階として静岡県焼津市沿岸を例にとり、Leap-frog法を用いた数值解析を行い、差分の安定性及び境界条件の設定等について検討を行なった。簡単のため、既設の防潮堤及び防波堤等を無視し、また海底摩擦の影響は考慮していない。数多くの問題を含む興味ある結果が得られたのでここに報告する。

2. 基本方程式と差分式

二元問題に対する長波の一次近似の基本方程式は以下の様である¹⁾。

$$X_{tt} + g\eta_a = 0 \quad (1)$$

$$Y_{tt} + g\eta_b = 0 \quad (2)$$

$$\eta = -h(a, b) \{ X_a + Y_b \} - h(a+x, b+y) + h(a, b) \quad (3)$$

上式を Leap-frog 法に基づき差分化すれば

$$X_{i,j}^{k+1} = 2X_{i,j}^k - X_{i,j}^{k-1} - g \frac{\Delta t}{\Delta a} [\eta_{i+1,j}^k - \eta_{i,j}^k] \quad (4)$$

$$Y_{i,j}^{k+1} = 2Y_{i,j}^k - Y_{i,j}^{k-1} - g \frac{\Delta t}{\Delta b} [\eta_{i,j+1}^k - \eta_{i,j}^k] \quad (5)$$

$$\eta_{i,j}^k = -h(a_i, b_j) \left\{ \frac{1}{\Delta a} [X_{i,j}^k - X_{i,j}^{k-1}] + \frac{1}{\Delta b} [Y_{i,j}^k - Y_{i,j}^{k-1}] \right\}$$

$$-h(M_{i,j}^k - N_{i,j}^k) + h(a_i, b_j) \quad (6)$$

$$M_{i,j}^k = a_i + \frac{1}{2}(X_{i,j}^k + X_{i,j}^{k-1}), \quad N_{i,j}^k = b_j + \frac{1}{2}(Y_{i,j}^k - Y_{i,j}^{k-1})$$

となる。ここで用いた記号及び計算点の配置を表-1、図-1に示す。

表-1 記号の説明

(a, b) :	時間の原点における水粒子の初期位置の座標
X, Y, η :	初期位置からの変位量
h(a, b) :	初期位置 (a, b) での水深
h(a+x, b+y) :	任意の時間において初期位置 (a, b) より (x, y) だけ移動した点での水深
Δa, Δb, Δt :	格子間隔と時間间隔
i, j, k :	空間および時間方向のステップ数
g :	重力の加速度

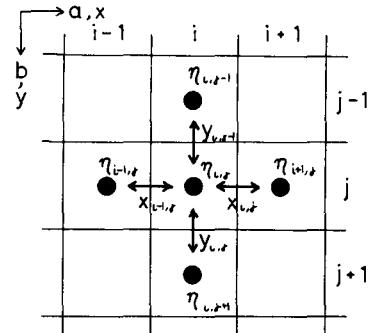


図-1 計算点の配置

3. 差分安定条件

Von Neumann の方法に従って差分式の安定性を検討してみると、結局斜面上においては「弱安定」となる。水平床部分では「強安定」であるので計算領域の最大水深を考慮すれば十分であり、安定条件は次のようである。

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta a} \right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{\Delta b} \right)^2 \leq \frac{1}{g h_{max}} \quad (7)$$

そこで前報²⁾に従い、地形勾配を考慮して格子および時間间隔を決定した。

4. 初期条件と境界条件

(i) 初期条件としては時刻 $t = 0$ において静水状態をえた。

$$x_{ij} = 0, y_{ij} = 0, \eta_{ij} = 0 \quad (8)$$

(ii) 沖側境界条件は座標軸の方向に対し負の方向に進む平面波を考え、線型長波のオーナー近似より得られる式

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\sqrt{g}}{L} \eta \quad \eta = A \sin \left(\frac{2\pi}{L} t \right) \quad (9)$$

とした。

(iii) 汀線境界条件 汀線では、時間の原点において $\eta(a, b) = 0$ なので (6) 式より

$$\eta_{ij} = -\eta(M_{ij}, N_{ij}) \quad (10)$$

となる。ここで M_{ij} , N_{ij} は以下の様である。

$$M_{ij} = a_i + \frac{3}{2} X_{ij}^k - \frac{1}{2} X_{i+1,j}^k$$

$$N_{ij} = b_j + \frac{1}{2} (y_{ij}^k + y_{i+1,j}^k)$$

もしどちらか一方が陸地となるならば

$$N_{ij}^k = b_j + \frac{3}{2} y_{ij}^k - \frac{1}{2} y_{i+1,j}^k$$

$$N_{ij}^k = b_j + \frac{3}{2} y_{i+1,j}^k - \frac{1}{2} y_{ij}^k$$

としている。

(iv) 鉛直壁の条件は以下の式とした。

$$X_{ij}^k = 0, Y_{ij}^k = 0, \eta_{ij}^k = 0 \quad (11)$$

5. 計算条件の決定

計算の対象とした区域は図-2に示すように焼津市沿岸一帯に限定した。領域をI, IIに分割し、領域Iでは津波が遡上すると予想される地点よりも大きめに標高を、また水深200mまでを地図上より読みとった。領域IIでは水深200mの水平床と考えている。基準はT.P.にとっている。既設構造物については考慮せず、現在港になっている所は0.5mの平地とし、河川も水の無い低地として取扱っている。入力波は振幅1m、周期1800秒の正弦波とし、東より西へ入射するとした。前述の方法に従い、最大地形勾配1/6、最大水深200mを考慮し、領域Iでは $\Delta a = 100m$, $\Delta b = 100m$, $\Delta t = 1$ 秒、領域IIでは $\Delta a = 700m$, $\Delta b = 700m$, $\Delta t = 3$ 秒とした。また計算時間の節約のため、初期条件で水平床の部分では波がすでに進入したものとしている。

6. 結果および考察

図-3は各時間ステップごとの浸水域を重ねて最大浸水域をきめたものである。点線は水粒子の移動した地点がわからぬいため、遡上高さと地盤高を考慮して引いた。図中に河川と港を示しているが、津波の大部分はそこより浸入している。また、図のほぼ中央に汀線に沿って3mの小高い地形が続くが、最大遡上高さが3mを越えているにもかかわらずその地点を越えていない。また図には示していないが、水粒子の動きを変位ベクトルで表わしてみると、汀線において水粒子が交叉するという不都合が生じている。以上、二次元問題への拡張の初期段階として数値計算法について検討してみた。斜面上での解の安定性の問題、水粒子の交叉、既設構造物の取扱い等問題点は多いが、陸上における津波の挙動をある程度把握できたと考えられる。

《参考文献》

1) Shuto,N.: Three dimensional behaviour of long waves on a sloping beach, Coastal Engineering in Japan, Vol.11, 1968

2) 佐藤淳、首藤伸夫：津波遡上の数値解析法に関する検討，第33回年次学術講演会講演概要集 P846～P847

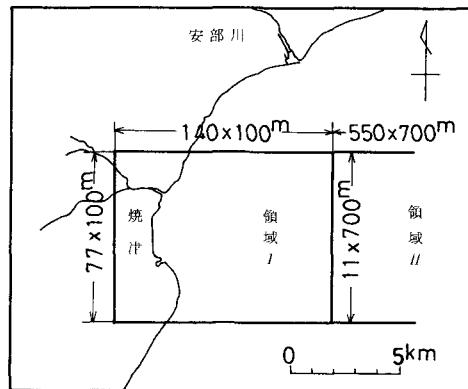


図-2 数値計算領域

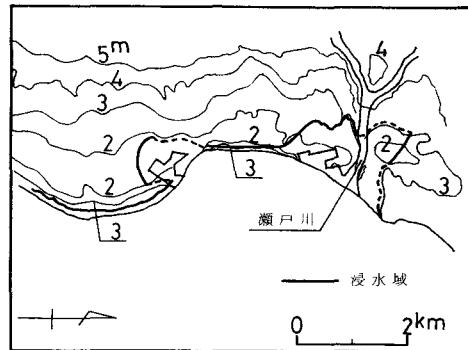


図-3 浸水図