

津波遡上の差分解 (1次元の場合)

東北大学工学部 正会員 岩崎敏夫
東北大学工学部 正会員 眞野 明

1. はじめに 本論文は、津波遡上の2次元問題を解くための第1段階として、一様斜面上の1次元伝播問題をとりあげ、オイラー座標による差分解と、理論解の比較を行なうことにより数値差分解法の妥当性を検討したものである。オイラー座標を使った差分解には相田博士(1977)¹⁾の研究があり、汀線条件として定常流の越流公式が使われているが、その越流係数の決定等に問題点があり、本論文では汀線条件として特別な力学的条件は規定していない。

2. 数値計算法

2-1 基礎式 地形のモデルとして図-1に示す一様勾配斜面領域と一様水深領域の接続されたモデルを考え、沖側より岸に向かってx軸をとる。

支配方程式は摩擦の効果を無視した非線型長波の運動方程式と連続方程式で

$$\text{ある. } \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial (M^2)}{\partial x(D)} = -gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} \dots (1) \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \dots (2)$$

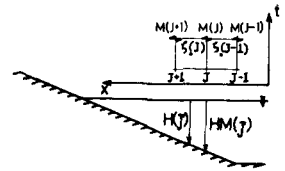


図-1 地形モデルと差分モデル

ここで t は時間座標、 ζ は静水面上の水面変位であり、静水面から鉛直下方にとった水深を D とすると実水深 D は $D = R + \zeta$ であらわされる。また x 方向の水粒子速度を u とすると、線流量 M は $M = uD$ であらわされる。これらの方程式を Leap frog scheme による差分法により解く。ここで非線型項 $\partial(M^2/\partial x)/\partial x$ は伊藤博士(1971)²⁾に従って M の正負により後退差分、前進差分を使い分ける。他の項はすべて中央差分を用いている。差分分割した場合の x 方向の指標を J とすると、 $\zeta(J)$ 、 $M(J)$ の $x-t$ 平面における位置関係は図-1の様になり、格子の中央で ζ を、また隅点で M を各々計算する。さらに、 ζ 、 M 計算点での水深 R を各々 $H(J)$ 、 $HM(J)$ とすると対応する実水深は式(3)、(4)のようになる。

$$D(J) = \zeta(J) + H(J) \quad (3) \quad DM(J) = (D(J) + D(J-1))/2 \quad (4)$$

2-2 境界条件 図-1に示す地形モデルの場合には以下の2つの境界条件が必要である。

1) 沖側境界条件 一様水深部分に沖側境界を設定し、線型の特性曲線法により、進行性特性曲線上で $t=0$ より始まる正弦波を与える。

2) 汀線境界条件 汀線の位置を知るために、式(3)より $D(J) < 0$ を満足する J の最小値を J_S とすると汀線は図-2の矢印で示した範囲に存在することになる。ここで問題となるのは $\zeta(J_S)$ と $M(J_S)$ の計算であり以下の様に決める。

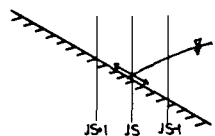
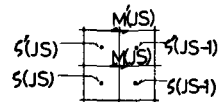


図-2 汀線

a. ζ の計算 式(2)を使って、時間ステップ Δt 後の水位 $\zeta'(J_S)$ を求め、 $\zeta'(J_S) < -HM(J_S)$ の場合には、 J_S 番目の格子全体で地盤が露出したことになるので $M(J_S) = 0$ とし、 $\zeta'(J_S) = -HM(J_S)$ とする。

b. M の計算 流量計算点での実水深 $DM(J_S)$ を式(4)により求め、 $DM(J_S)$ が零または負の場合には、 Δt 後の線流量 $M'(J_S)$ を零とする。

$DM(J_S) > 0$ 、 $M(J_S) \geq 0$ の場合には式(1)を使い、非線型項には後退差分を用いて $M'(J_S)$ を求める。

$DM(J_S) > 0$ 、 $M(J_S) < 0$ の場合には、非線型項に対して前進差分を使うと、計算点が陸上露出部分にはみおいてしまうので、式(1)を線型化(中央差分により $M'(J_S)$ を求める。

3. 計算結果 本計算で用いた計算条件は以下のとおりである。斜面勾配 $S = 1/100$ 、沖側水深 $h_0 = 50$ m、斜面部水平長 $l = 5000$ m、入射波振幅 $a = 10$ m、入射波周期 $T = 6$ 分 ~ 50 分、空間格子間隔 $\Delta x = 50$ m、

時間格子間隔 $\Delta t = 2$ 秒。

図-3に周期16分における汀線水位の時間変化の例を示す。第1波の最大遡上高は2波目以降のそれらに比べて若干低く、2波目以降ではほぼ定常に達していることが読みとれる。初期の波形には多少の凹凸が見られるが、斜面の往復伝播時間が約15分であり、各波のピークから15分遅れた所の凹凸が顕著であるので反射波の影響が現われているものと考えられる。また最大引波時の振巾は、最大遡上時振巾に比べて若干大きくなっている。

定常状態の遡上高の理論式は、首藤博士⁽³⁾により物質点標の線型解として式(5)の様に与えられている。

$$R/a = 2/\sqrt{J_0^2(4\pi L/L) + J_1^2(4\pi L/L)} \quad (5)$$

そこで本計算値の第 m 波目の最大遡上高と理論値との比を r とし、表-1に示した。これを見ると周期10分以上の長周期側では、第2波目以降6%以内の精度で理論解に収束しており、その収束の度合は周期が長いほど早い。周期6分、

8分では第3波程度まで増中を続けており、5波目以降ではほぼ定常に達するが、理論値よりは小さい。本計算の表-1に示す最終波の最大遡上高と理論値を比較したのが図-4であり、 $L/L > 0.3$ での理論値との差が大きい。この原因については今後いっそうの検討が必要である。

図-5は、周期16分における第2波目の最大遡上時と、最大引波時の空間波形を示したものであり、首藤博士の理論解⁽³⁾との比較を行なった。これによると遡上時の波形は良くあうが、引波時の波形は若干ずれる。

4. あとがき

本計算法は、汀線条件として簡単な扱いをしたが、その結果は理論値と比べて比較的満足出来るものであつた。しかしいくつかの差異が生じておりこの点は今後の検討課題である。

最後に、本研究は昭和53年度文部省科学研究費による研究の一部であることを付記する

参考文献

- 1) 相田 勇：陸上に溢れる津波の数値実験，地震研究所彙報，Vol. 52，1977.
- 2) 伊藤 剛：数値解析の応用と基礎，アテネ出版，1971.
- 3) Shuto, N.: Standing waves in front of a sloping dike, Coastal Eng. in Japan, Vol. 15, 1972.

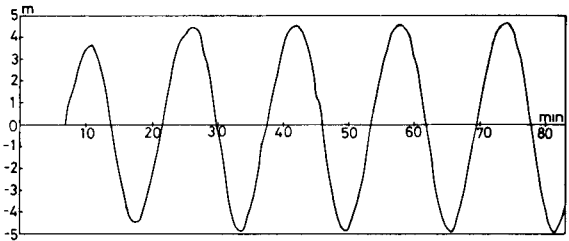


図-3 汀線水位の時間変化(周期16分)

表-1

T (min)	1/L	eq. (5)	r						
			1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th
6	0.627	6.82	0.549	0.701	0.754	0.754	0.754	0.754	0.758
8	0.471	6.27	0.627	0.810	0.860	0.886	0.882	0.882	0.882
10	0.376	5.17	0.656	0.956	0.944	0.950	0.946	0.946	0.946
12	0.316	4.97	0.777	0.994	0.998	0.974	0.978	0.964	0.970
14	0.269	4.92	0.770	0.943	0.986	0.994	0.992	0.992	
16	0.235	4.64	0.778	0.966	0.983	0.987	0.999	1.01	
18	0.209	4.20	0.838	0.998	1.02	1.02	1.02		
20	0.188	3.79	0.905	1.02	1.02	1.02	1.02		
22	0.171	3.45	0.959	1.01	1.02	1.02	1.02		
24	0.157	3.19	0.997	1.01	1.02	1.02	1.02		
26	0.145	2.99	1.03	1.03	1.03	1.02	1.02		
28	0.134	2.84	1.06	1.01	1.01	1.01			
30	0.125	2.72	1.04	1.01	1.01	1.01			
35	0.108	2.51	1.08	1.02	1.01	1.01			
40	0.094	2.38	1.06	1.06	1.06	1.06			
45	0.084	2.30	1.06	1.01	1.01				
50	0.075	2.24	1.04	1.01	1.01				

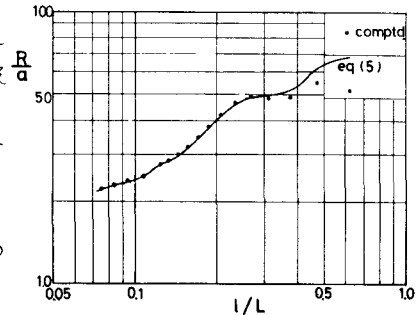


図-4 遡上特性

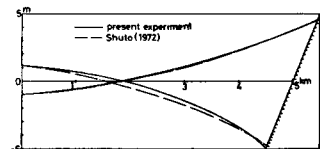


図-5 空間波形(周期16分)