

秋田大学 学生員 ○ 鑑 藤広
秋田大学 正 員 薄木征三
秋田大学 正 員 塚農知徳

1. まえがき 薄肉曲線けた橋の動的応答解析は、変位自由度の連成のために非常に複雑となる。そのような場合、剛性法による解析が、その汎用性、簡便性の上で有利に思われる。著者らはすでにその手法に基づいて薄肉曲線材の剛性マトリックス、質量マトリックスを誘導し^{1,2)}、固有値解析を行なった。剛性法では部材軸線の変位を適当な変位関数で近似するが軸方向変位を1次の多項式で、他の変位については3次の多項式で近似するのが一般に行なわれている。しかし曲線けたでは軸方向変位も3次の多項式で近似する方が良い近似を与えるものと思われ、解析の結果その要素分割数に対する収束性の良さが確認された。³⁾ 本論では、さらに薄肉曲線けた橋の移動荷重による動的応答をモード解析法により求め、ここではその動的たわみ影響線を示すことにする。

2. 考え方・手法

剛性法による振動の基礎方程式は次のようになる。

$$[K]\{\delta\} + [M]\{\ddot{\delta}\} = \{P\} \quad (1)$$

ここに $[K]$ 剛性マトリックス

$[M]$ 質量マトリックス

$\{\delta\}^T = [u_i \ v_i \ w_i \ \phi_{xi} \ \phi_{yi} \ \psi_i \ \psi_{zi} \ u_j \ v_j \ w_j \ \phi_{xj} \ \phi_{yj} \ \psi_j \ \psi_{zj}]$ 節点変位

$\{P\}^T = [Q_{xi} \ Q_{yi} \ N_{zi} \ M_{xi} \ M_{yi} \ T_{zi} \ M_{wi} \ Q_{xj} \ Q_{yj} \ N_{zj} \ M_{xj} \ M_{yj} \ T_{zj} \ M_{wj}]$ 節点外力

荷重は部材のせん断中心線上を走行するものとして、鉛直方向荷重のみを考慮する。要素*i-j*に荷重が位置する場合、座標 θ の任意断面における鉛直変位は節点変位を用いて次のようになる。

$$v = N_1 u_i + N_2 \phi_{yi} + N_3 u_j + N_4 \phi_{yj} \quad (2)$$

ここに

$$N_1 = 1 - \frac{3\theta^2}{\xi^2} + \frac{2\theta^3}{\xi^3} \quad N_2 = R\left(\theta - \frac{2\theta^2}{\xi} + \frac{\theta^3}{\xi^2}\right)$$

$$N_3 = \frac{3\theta^2}{\xi^2} - \frac{2\theta^3}{\xi^3} \quad N_4 = R\left(-\frac{\theta^2}{\xi} + \frac{\theta^3}{\xi^2}\right)$$

ゆえに外荷仕事の変分から、この外荷重 $q(\theta, t)$

と等価な節点外力成分 P は

$$P = \int_0^\xi q(\theta, t) \cdot N \, d\theta$$

となる。ここに

$$P = [Q_{xi} \ M_{yi} \ Q_{xj} \ M_{yj}]$$

$$N = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$$

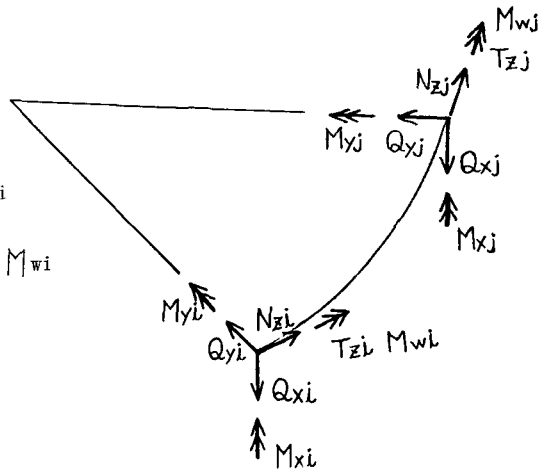


図-1 節点外力

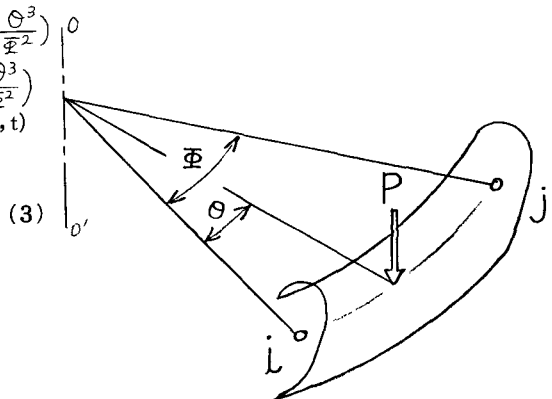


図-2 荷重状態

$q(\theta, t)$ は、角速度 ω なる移動荷重として、ディラックのデルタ関数を用いて $q(\theta, t) = P \cdot \delta(\theta - \omega t)$ となり、デルタ関数の性質から等価節点外力は、次のようになる。

$$\begin{aligned} Q_{xi} &= P \left\{ 1 - \frac{3(\omega t)^2}{\Phi^2} + \frac{2(\omega t)^3}{\Phi^3} \right\} & M_{yi} &= P \left\{ R(\omega t - \frac{2(\omega t)^2}{\Phi} + \frac{(\omega t)^3}{\Phi^2}) \right\} \\ Q_{xj} &= P \left\{ \frac{3(\omega t)^2}{\Phi^2} - \frac{2(\omega t)^3}{\Phi^3} \right\} & M_{yj} &= P \left\{ R(-\frac{(\omega t)^2}{\Phi} + \frac{(\omega t)^3}{\Phi^2}) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

以上で式 (1) の節点外力項 $\{P\}$ が求まる。式 (1) はそのまま連立方程式としても解けるが、その自由度の数が多いために、モード解析法に従うのが一般的であり、本論でもこれに従うことにする。モード解析法では、基準座標として新しく第 S 次の基準振動に対する重ね合わせの割合 ψ_s をとると、 ψ_s は次のように求まる。

$$\psi_s = \frac{1}{n_s} \int_0^t P_s(\tau) \cdot \sin n_s(t - \tau) d\tau \quad (5) \quad \text{ここに } n_s \text{ 第 } S \text{ 次の基準振動の固有円振動数}$$

結局 $\{\delta\}$ は次のようになる。

$$\{\delta\} = [u] \{\psi\} \quad (6) \quad \text{ここに } [u] = \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ u_{N1} & \dots & u_{NN} \end{bmatrix} \text{ (固有ベクトル)}, \quad \{\psi\} = \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{Bmatrix}$$

3. 数値計算例 図のような実際的な単径間の1ボックスガーダー橋について、重さ 20 t、速度 80 km/h の移動荷重を考え計算した。

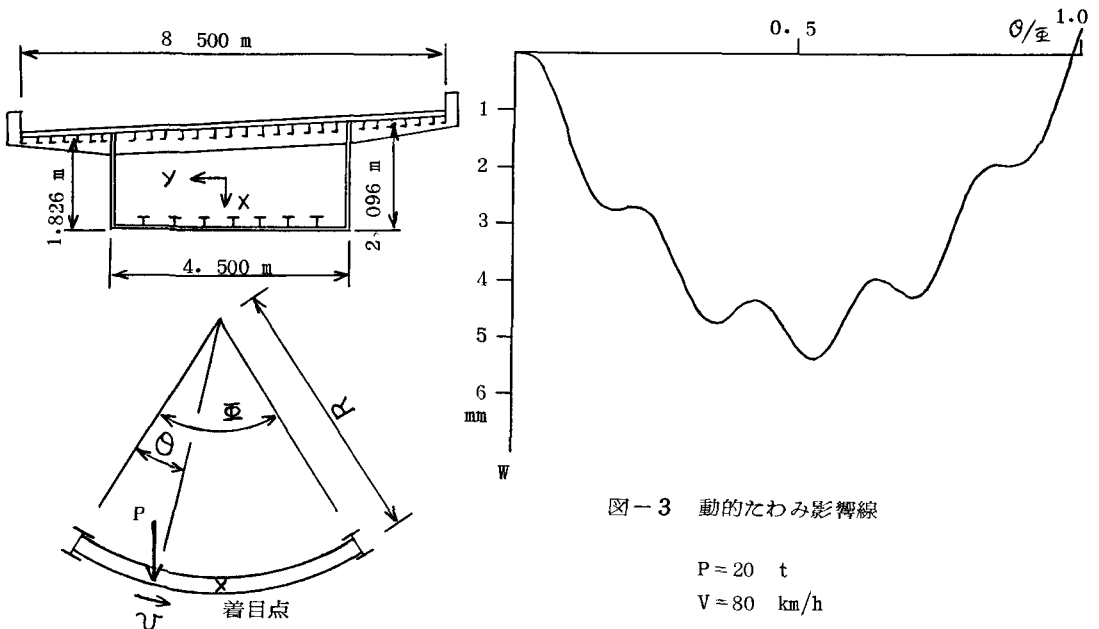


図-3 動的たわみ影響線

$P = 20 \text{ t}$
 $V = 80 \text{ km/h}$

$$R = 50 \text{ m}, \quad \Phi = 0.64 \text{ rad}, \quad J_T = 2.733 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$J_x = 9.820 \times 10^{-7} \text{ m}^4, \quad J_y = 1.663 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$J_{xy} = -1.980 \times 10^{-7} \text{ m}^4, \quad J_w = 4.942 \times 10^{-2} \text{ m}^4$$

$$Z_x = 1.407 \times 10^{-7} \text{ m}^3, \quad Z_y = -8.920 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$F = 6.330 \times 10^{-7} \text{ m}^2, \quad \gamma = 7.85 \text{ t/m}^3$$

- 1) 薄肉断面曲線けたの質量マトリックス： 土木学会第32回年次学術講演会 PP 37-38 / 1977
- 2) 薄肉曲線けた橋の質量マトリックス： 昭和52年度東北支部技術研究発表会 PP 6-7 / 1977
- 3) 薄肉曲線けた橋の振動解析： 土木学会第33回年次学術講演会 PP 115 / 1978