

門形ラーメンの自由振動に関する一考察

ハ户工業大学 正会員 O長谷川 明
ハ户工業大学 正会員 龜山 和男

1. まえがき

本考察は、門形ラーメンの自由振動が各部材の形状変化に対し、どのような変化をするのかを調べたものである。門形ラーメンの形状変化には、様々なケースが考えられるが、ここでは各部材長を等しくし、各部材を円断面として、この断面の半径を変化させ、ラーメンの自由振動の変化を考察した。解析にあたっては、部材力として、軸力、曲げモーメント、せん断力、ねじりを考慮し、各部材にそれぞれ規準関数を与え、境界条件により解く方法を用いた。

2. 自由振動数、及びその振動形の解析方法

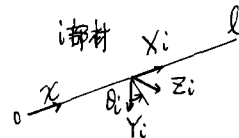
振動時における部材 i の軸方向変位(x)、軸と直角方向変位(Y, Z) および、ねじり角(θ)をそれぞれ次の規準関数で表わす。 x は部材 i 軸上にとった座標を示す。

$$X_i = A_i \cos k_i x + B_i \sin k_i x \quad (1)$$

$$Y_i = C_i \cosh k_{Yi} x + D_i \sinh k_{Yi} x + E_i \cosh k_{Yi} x + F_i \sinh k_{Yi} x \quad (2)$$

$$Z_i = G_i \cosh k_{Zi} x + H_i \sinh k_{Zi} x + I_i \cosh k_{Zi} x + J_i \sinh k_{Zi} x \quad (3)$$

$$\theta_i = K_i \cos k_i x + L_i \sin k_i x \quad (4)$$



2.2 で、構造物がある自由振動数 P で振動する時には各部材、各方向とも、同じ振動数で振動すると考え、

$$P = \sqrt{\frac{E}{\rho}} k_0 = \sqrt{\frac{E I_{Zi}}{\rho S_i}} k_{Yi} = \sqrt{\frac{E I_{Yi}}{\rho S_i}} k_{Zi} = \sqrt{\frac{G K_{ti}}{\rho I_{oi}}} k_t \quad (5)$$

とかく。上式において、 E はヤング率、 ρ は密度、 I_{Zi} は Z 軸に関する断面2次モーメント、 S_i は断面積、 I_{Yi} は Y 軸に関する断面2次モーメント、 G はせん断弾性係数、 K_{ti} はねじり定数、 I_{oi} は2次極モーメントである。

(1)~(4)を用いて各部材間の節点における境界条件式を書くと、門形ラーメンの場合は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \text{面内における条件} & 0 \\ 0 & \text{面外における条件} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ F_i \\ G_i \\ L_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \text{面内における条件} \end{bmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \text{面外における条件} \end{bmatrix} = 0 \quad (8)$$

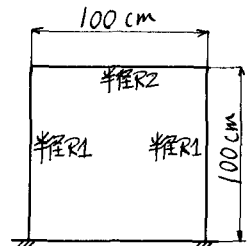
つまり門形ラーメンの場合には、面内における条件(7)から、面内自由振動が、又面外における条件(8)から、面外自由振動がそれぞれ求まり、こからは互いに独立な関係にある。このため (5)において、

$$P_{\text{面内}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} k_0 = \sqrt{\frac{E I_{Zi}}{\rho S_i}} k_{Yi}, \quad P_{\text{面外}} = \sqrt{\frac{E I_{Yi}}{\rho S_i}} k_{Zi} = \sqrt{\frac{G K_{ti}}{\rho I_{oi}}} k_t \quad (9)$$

がそれぞれ独立に存在している。

3. 各部材の形状変化に伴う自由振動の変化

上記の手法を用いて図のような各部材が半径 R_i の円断面をもち、正方形を構成する門形ラーメンにしてみ、 R_1 と R_2 を変化させ、面内および面外の自由振動数をそれぞれ1次から5次まで求めた。なお表-1以下に示す振動数はヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、および各部材長を100 cmとして計算している。表中の f_i と(9)式における P_i との関係は $2\pi f_i = P_i$ である。



4. 考察

門形ラーメンは、2つの柱と1つの梁によって構成されているが、これらの部材は、それぞれ自身を境界条件に付いて固有な自由振動をもっている。それらを前記で示した方法により計算すると表-2～表-4のようになる。表-2は、長さ100cmの丸棒が、両端固定梁として曲げ振動を行う時の自由振動数である。表-3は、同じく片持梁として、表-4は、両端自由梁として曲げ振動を行う時の自由振動数である。表-1と表-2～表-4を比較すると次のようなことが考えられる。

イ. CASE1の門形ラーメンの面内振動の f_1, f_2, f_3 はラーメンの梁が両端固定梁として曲げ振動する時の f_1, f_2, f_3 に近い値を示し、又、 f_4 は、柱が片持梁として曲げ振動する時の f_1 に近い。これは、梁の断面がそれぞれ支える2つの柱の断面に比べて著しく小さいため梁によって柱は固定端と考えるに近い性格を示し、又柱によって梁との節点は自由端に近いものであると考えられる。

ロ. 同様に、CASE5の面内振動は、柱の断面が梁に比べて小さいため、柱によって梁との節点は、固定端に近いものとなり、2つの柱が同じ両端固定梁の曲げ振動をしていると考えられる。

ハ. 一方CASE1の面外振動の振動数は、ラーメンの梁が両端自由梁として曲げ振動する時の値に近くCASE1の面内とは、全く異なり、両端が固定されているにもかかわらず、両端自由梁としての性格をもつ。

これから、部材形状が似かよっている場合には、その部材が構成する構造体系の自由振動が低い次数の自由振動として生じるが、部材形状が大きく異なる場合は、各部材がそれぞれ一つの構造として自由振動する中より、低い振動数をもつ自由振動が、構造全体の低い自由振動として発生することが、門形ラーメンの場合に言えると考えられる。参考のため、図-4にいくつかの振動形を示す。

表-1

		CASE1 $R1=200$ $R2=200$	CASE2 $R1=100$ $R2=200$	CASE3 $R1=400$ $R2=200$	CASE4 $R1=200$ $R2=200$	CASE5 $R1=0.200$ $R2=200$
面内振動	f_1	182.2	138.2	51.53	26.1	18.25
	f_2	283.6	181.9	167.9	102.8	50.27
	f_3	365.1	414.2	262.7	168.1	98.53
	f_4	502.5	500.6	310.3	181.6	162.9
	f_5	984.1	864.8	492.7	365.1	176.2
面外振動	f_1	84.45	83.86	18.87	16.1	2.73
	f_2	321.5	317.6	92.4	17.5	4.55
	f_3	721.1	618.4	258.3	91.2	11.6
	f_4	1228	636.8	267.4	164.1	24.59
	f_5	1261	791.1	486.8	171.7	27.62

表-2

	半径2cm	半径0.2cm
f_1	182.3	18.23
f_2	502.5	50.25
f_3	985.3	98.53
f_4	1629	162.9

表-3

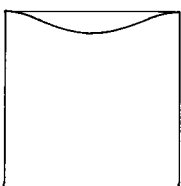
	半径20cm	半径2cm
f_1	286.4	28.64
f_2	1795	179.5
f_3	5028	502.8
f_4	9853	985.3

表-4

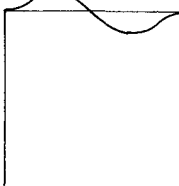
	半径2cm	半径0.2cm
f_1	80.42	8.042
f_2	321.7	32.17
f_3	723.8	72.38
f_4	1286.8	128.68

図-1 振動形の例

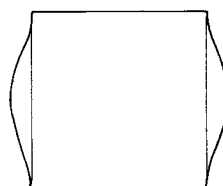
CASE1の面内1次振動



CASE4の面内4次振動



CASE5の面内1次振動



CASE5の面内2次振動

