動的応答解析における応力の誤差について

東北工業大学　正会員　秋田　宏

はじめに

有限要素を用い、衝撃荷重に対する応答を求めると変位は満足な結果が得られるが、応力は不規則な振動と甚だしい誤差をともなうことが多い[1)]。ここでは、その原因について考察し、さらにそれを避けてより精度の良い応答を得る方法について述べる。

固有振動数の誤差

簡単のため1次元の応答を考え、図-1のような一端固定の棒に矩形パルスを作用させる。材料は完全弾性体とし、減衰は当面考えない。このモデルについて固有振動数を求めると図-2のようになる。ここでは変位関数が1次の項までを含む線1次要素を用い、集中質量と分布質量の両方について求めている。また、振動数は理論振動数との比で表わしてある。図からわかることは、

① 振動数の誤差は低次のモードでは小いが、高次になるとかなり大きく　最大30%程度になる。

② 集中質量と分布質量では誤差の符号が反対で、かつ低次の部分では誤差の絶対値がほぼ等しい。

③ 分割要素数をほぼ2倍にすると、1つおきに元のモードの誤差とほぼ一致する。

応答解析の例

振動数にこのように大きな誤差が含まれるのであるから、当然応答解析結果にも影響がある筈で、図-3がその例である。これは棒の中点における応力変化であり、モード解析による理論的な振動数を用いたものと要素解による振動数を用いたものとの比較である。理論振動数では　若干の振動はあるが有限自由度での最良の近似を与えていると考えられる。一方、

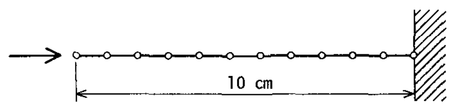


図-1

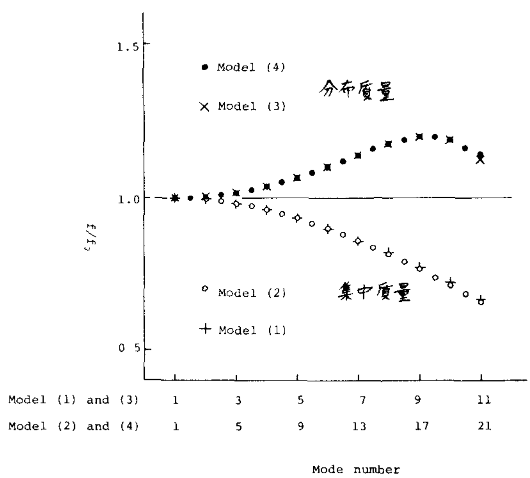
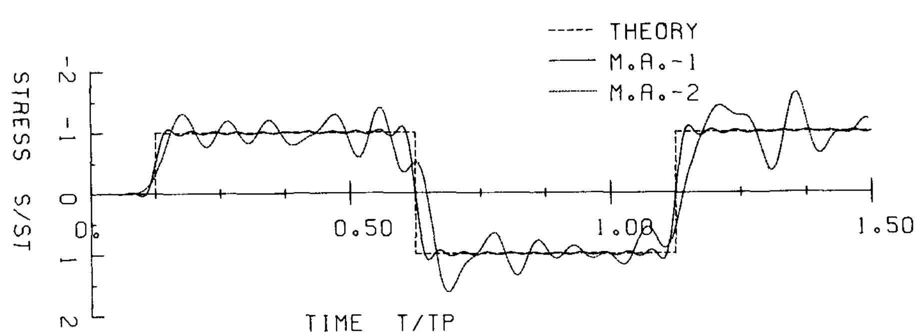


図-2

図-3



要素解の振動数では、不規則な振動が現れ誤差の最大は75%にも達する。

もし、通常のように逐次積分により応答を求めると積分が正確なら同じような結果か得られる筈で、図－4はそれを示している。これは 要素解振動数でのモード解析結果と、ルンゲ・クッタ・ギル法による逐次積分結果との比較である。両者は良く一致しており、従ってルンゲ・クッタ・ギル法は積分精度が良いこと、ただし積分か正確でも満足な応答結果を与えないことを示している。

図－5は 21要素の分布質量モデルに対して、ウィルソンのθ法と[2]、時間に関する有限要素[3]を用いた場合との比較である。ウィルソン法は良好な結果を与えているが、理由は高次のモードに対する減衰および位相遅れと考えられるため、もし積分区間が長くなった場合には問題も出てこよう。なおこの場合の積分ステップは最小固有周期の約1/4である。一方時間に関する有限要素は、積分の精度が良いことは他の計算で確められているが、やはり満足な結果を与えていない。ここでは例を示さなかったか、ニューマークのβ法[2]によった場合も、満足な結果は得られなかった。

むすび

矩形パルスのような時間的に不連続な荷重に対する応答を1次元のモデルで計算した限りでは 分布質量で、ウィルソンのθ法を 最小固有周期の1/4の時間きざみで用いると精度の良い結果か得られることかわかった。

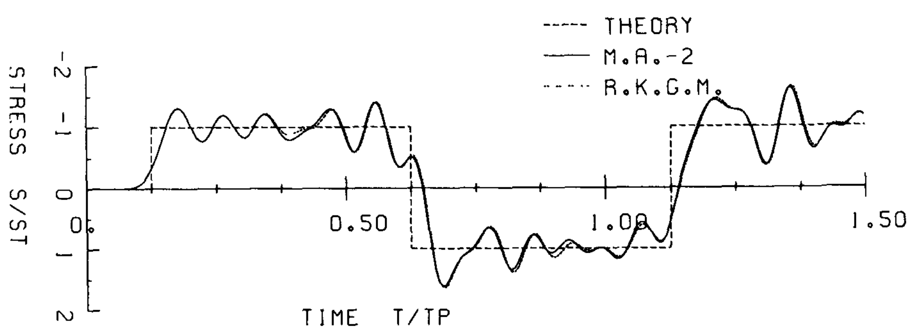
参考文献

1). 秋田 〝線要素による衝突問題の解析について〟 東北支部技術研究発表会講演概要、52年度、P44

2) 戸川隼人 〝有限要素法による振動解析〟 サイエンス社、昭50、P28

3) 吉識 山田監訳 〝基礎工学におけるマトリックス有限要素法〟 培風館 昭50 P335

図－4



図－5