

三軸圧縮状態における砂の変形に関する一考察

東北大学大学院 学生員 ○飛田 善雄
 同 " 菅野 仁
 東北大学工学部 " 武川 芳廣

1序 近年、土木構造物は大規模化し、かつ原子力プラントなど 安全性が強めて重視される構造物が建設されるに至り、その変形を適切に把握する必要性が高まっている。しかしその変形は極めて複雑なものであり、全ての要素を考慮する事のできる構成方程式を得る事は不可能に近い。Coulomb以来、土を粒状体とみなす事が行われてきており、砂の様な粒状体の変形特性を適切に把握する事が必要である。ここでは、三軸圧縮状態における砂の変形特性について実験的考察を行なった結果を報告する。

2. 基本的な考え方

一般の応力経路における変形には、圧縮による変形とせん断による変形とが混在しており、これらを区別する手段はない。ここで、圧縮変形とせん断変形は独立であり、それぞれ応力比一定試験、平均主応力一定試験により知る事ができるものと仮定すれば、変形増分 $d\epsilon$ は

$$d\epsilon = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma}\right)_p d\eta + \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p}\right)_\eta dp \quad (1)$$

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2) \quad \sigma_2 = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \eta = \sigma_3/p$$

と表わす事ができる。P、 η は最も基本的なパラメータであると考えられる。又対象とするひずみは体積ひずみ ϵ_v とせん断ひずみ ϵ_s である。実験は飽和状態の乾燥標準砂(初期開けさ比

$e_0 = 0.66 \sim 0.68$) に対し、応力制御法により行なった。静的繰り返し試験を行ない、弾性的状態についても考察した。試面の都合上、全変形についてのみに述べる。($\epsilon_s = \epsilon_a + 2\epsilon_r$ $\epsilon_v = \epsilon_a - \epsilon_r$)

3. 応力比一定試験における圧縮特性

図1に示す通り、応力比による体積ひずみひびは、平均主応力 P のみで表現しうる様である。 ϵ_v と P の対数間に近似的に線形関係が存在するので、その勾配を λ と表し

$$\epsilon_v = \lambda \ln p' \quad (2)$$

と記述する。軸ひずみと体積ひずみの関係を図2に示す。応力比が大きくなるに従い、その勾配は傾いてくる。本実験の範囲において、応力比の影響を表示する事はできなかった。応力比の影響を $f(\eta)$ と記せば、せん断ひずみは若干の計算のち

$$\epsilon_s = f(\eta) \lambda \ln p' \quad (3)$$

故に(1)式の係数第2項については

$$\left(\frac{\partial \epsilon_s}{\partial p}\right)_\eta = \frac{\lambda}{p'} \quad \left(\frac{\partial \epsilon_v}{\partial p}\right)_\eta = \frac{f(\eta)\lambda}{p'} \quad (4) \text{ と与えられる。}$$

4. 平均主応力一定試験におけるせん断特性

図3に、体積ひずみ ϵ_v 、せん断ひずみ ϵ_s の両者の結果を併せ記している。両者共、応力比 η のみの関数として良い様である。全変形にふくまれる弾性ひずみを無視して、塑性論に基づいて数式化を行なう。

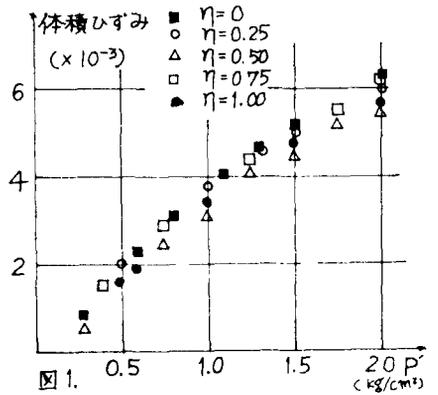


図1.

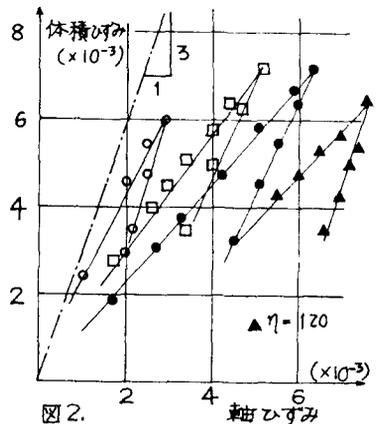


図2.

ここではせん断変形に関するパラメータ¹⁾ $S_0 = \int dS_0 = \int d\epsilon_{xy} + \int \eta d\epsilon$ を用いて議論をすすめる。
 一般に、せん断変形については、応力比、ひずみ増分比関係が近似的に成立する。

$$\tau_{xy} = \eta + \frac{dS_0}{d\epsilon} \quad (5) \quad d\epsilon = \frac{2}{3} d\epsilon' \quad (5) \text{式に直交条件を用いて塑性ポテンシ}$$

$$\text{ヤル } \psi \text{ を求めると, } \psi = \frac{2}{3}\eta + \ln p' \quad (6) \text{ が得られる.}$$

S_0 は、塑性せん断変形の尺度である事が知られており、 $\eta = \text{const.}$ の場合に $dS_0 = 0$ である。故に $\eta = \text{const.}$ が降伏条件となっている事が理解される。 S_0 と η の関係は双曲線で近似できる。

$$\frac{dS_0}{d\eta} = \frac{S_0}{\eta} + a \quad (7)$$

塑性論に基づいて、

$$d\epsilon' = \frac{a\eta^2}{(\eta - \eta_0)^2 \eta_0} \quad (8)$$

$$d\epsilon_0' = \frac{a\eta^2}{(\eta - \eta_0)^2} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \quad (9)$$

が得られる。式(8)、式(9)を用いて、また作図上の定数を用いて積分した結果を図3中に実線で示している。

故に、(1)式の係数第1項は

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right)_p = \frac{2}{3} \frac{a\eta^2}{(\eta - \eta_0)^2 \eta_0} \quad \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right)_p = \frac{a\eta^2}{(\eta - \eta_0)^2} \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \quad (10)$$

と(1)式の適用性について

変形が応力経路に依存せず、応力状態のみで定まる場合には

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right) \quad (11)$$

が成立する。(4)式と(10)式について実際におこなってみると、体積ひずみは、この条件を満足し、応力経路依存性はない。

しかしせん断ひずみについては、成立せず応力経路依存性をもつ。

El-Sohby²⁾ の応力比一定試験における体積ひずみは高応力比になると膨張を示し、(4)式の様な単純な関係は成立しない。その場合には、体積ひずみについても応力経路依存性を考えなければならぬ。故に(1)式の記述は数理的には常に近似でしかたない。

応力比一定試験において、すべりが卓越する様な応力状態を再現する様な地盤の解析には、(1)式の適用性について慎重に扱うべきではない。(1)式が、厳密には成立しないからといって、必ずしもその有用性を否定するものではない。ある程度の許容誤差範囲で予測ができれば現実には有用であるとは言える事がある。

例として側圧一定試験の予測値と実測値の対比を図4に示す。

予測値は、実測値と比較して可成り大きい値を示している。同様の事が、定体積試験の応力経路を予測した場合にも起こった。今後どの程度の精度で(1)式が成立するのか、体系的な実験を行なう必要があるものと思われ。

塑性せん断ひずみを導くに当たって、いかに用いる拡張すべり von-Mises のパラメータを用いているが、これは簡便のためであり、三軸伸張状態をも併せて考える時には、さらなる考察を必要とする。

未曽田から、本学柳沢助教授、八工大吉野助教授の御指導に対し、深謝の意を表します。

参考文献 1) N. Horoto Soils and Foundations Vol. 16 No. 4

2) El-Sohby 17th ICSMFE Mexico

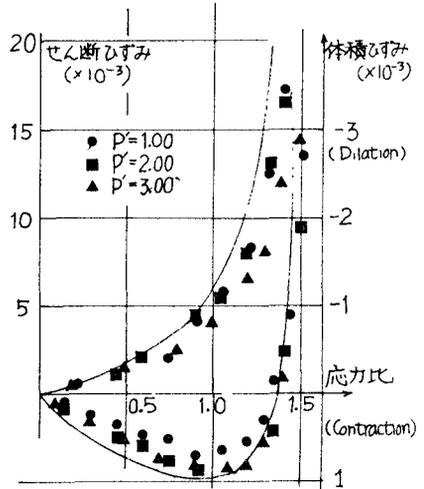


図3.

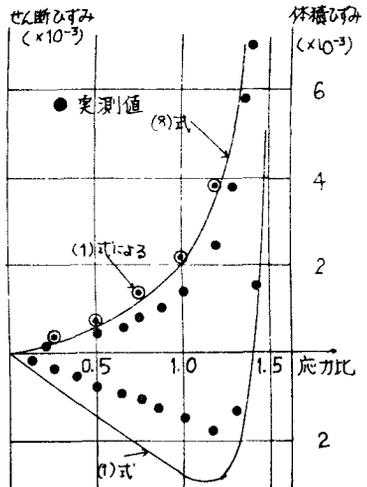


図4 側圧一定試験

(8) (9) 式より導く

$$d\epsilon' = d\epsilon \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} d\eta = \frac{1}{p} \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{a\eta} \frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\eta}{\eta} + a$$

$$d\epsilon_0' = d\epsilon \frac{\partial \psi}{\partial p} d\eta = \frac{1}{p} \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{a\eta} d\eta \quad dS_0 = \frac{a\eta^2}{(\eta - \eta_0)^2} d\eta \quad (c)$$

$$dS_0 = d\epsilon \left(\frac{\partial \psi}{\partial p} + \eta \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\right) d\eta \quad (c) \quad (d) \text{ と } (e) \text{ より}$$

$$dS_0 = d \frac{a\eta^2}{p} d\eta \quad (d) \quad f_2 = \frac{p' \eta_0^2}{(\eta - \eta_0)^2} \quad (f)$$

(f) 式を (a), (b) 式に代入して

(8), (9) 式が得られる $a=1$ for strain hardening