

自然平衡形ろ過の理論的解析

東北大学大学院 学生員 今野 弘
東北大学工学部 正 員 佐藤 敦久
東北大学工学部 学生員 佐藤 善彦

1. はじめに

急速ろ過池におけるろ過流量の調節や設定はろ過操作上重要な因子の一つでありながら根本的な解析は少なく藤田^{*}にみられる程度である。ろ過実験を行なうにしてもろ層が閉塞する過程においてのろ速の調節やろ過池の流下特性を把握していないためにろ速の急変を与えたりするなごろ過現象を一変させる操作を行なう懸念がある。

そこで、初期の設定値が変化しなければろ過池の特性によって完全に流量平衡を保つことが出来る自然平衡形ろ過を取り上げ、あえてその理論的解析の検討結果を報告し、ろ過池のみならず実験的な手法の一助としたい。

2. 自然平衡形ろ過の理論的解析

1) 損失水頭、ろ速の変化

図-1において全てのろ過抵抗は h であり、次のように表わすことができる。

$$h = K_1 u_0 + (K_2 + K_3) u_0^2 \quad (1)$$

h ; 総損失水頭, u_0 ; ろ速 (流出流速)

K_1 ; ろ材による抵抗の係数、たとえば Kozeny-Carman 式

$$\text{では } K_1 = \frac{k}{2\tau} \frac{(1-p_0)^2}{p_0^3} \frac{\mu}{g d^2}$$

K_2 ; ろ層支持板による抵抗の係数

K_3 ; ろ層支持板以下流出端までの種々の抵抗の係数

$$\text{たとえば、} K_3 = \frac{f_e}{2\tau} + \frac{f_o}{2\tau} + \frac{f_b}{2\tau} + f + \frac{k}{2\tau d} + \dots$$

f_e, f_o, f_b, f ; 流入、流出、曲がり、摩擦による損失係数

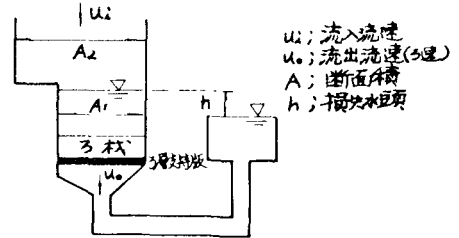


図-1 自然平衡形ろ過模式図

式(1)より、

$$u_0 = \frac{-K_1 + \sqrt{K_1^2 + 4h(K_2 + K_3)}}{2(K_2 + K_3)} \quad (2)$$

流量の連続の式は

$$A_2 \frac{dh}{dt} = A_1 (u_i - u_0) \quad (3)$$

式(2)を式(3)に代入すると、

$$\frac{dh}{u_i + \frac{K_1 - \sqrt{K_1^2 + 4h(K_2 + K_3)}}{2(K_2 + K_3)}} = \frac{A_1}{A_2} dt \quad (4)$$

実際のろ過においては、ろ過の進行に伴ってろ層の空ゲキ率が小さくなって K_1 は増大するが短時間と考え、

$K_1 = \text{const.}$ として取り扱う。式(4)を積分して整理すると、

$$h = u_i K_1 \left\{ 1 - \exp \left\{ -\frac{\frac{A_1}{A_2} t + K_1 - \sqrt{K_1^2 + 4h(K_2 + K_3)}}{2(K_2 + K_3) u_i + K_1} \right\} \right\} + (K_2 + K_3) u_i^2 \left\{ 1 - \exp \left\{ -\frac{\frac{A_1}{A_2} t + K_1 - \sqrt{K_1^2 + 4h(K_2 + K_3)}}{2(K_2 + K_3) u_i + K_1} \right\} \right\}^2 \quad (5)$$

よって、全てのろ過抵抗を含んだ場合の損失水頭の時間的变化は式(5)のように表わすことができる。

藤田は、 $K_1 \gg K_2, K_3$ であるとして h の時間的变化を表わしたが、この条件を式(5)に適用すると、

$$h = u_i K_1 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{A_1}{A_2 K_1} t \right) \right\} \quad (6)$$

となり、藤田の導出した式と同一になる。

また、 $A_1/A_2 = 1$, $K_1 = 0 = K_2$ の条件では、

$$h = K_3 u_i^2 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t - 2\sqrt{K_3 h}}{2 K_3 u_i} \right) \right\}^2 \quad (7)$$

これらの各条件でのろ速 u_0 は、

$K_1 \gg K_2, K_3$ のとき、

$$u_0 = u_i \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{A_1}{A_2 K_1} t \right) \right\} \quad (8)$$

$A_1/A_2 = 1$, $K_1 = 0 = K_2$ のとき、

$$u_0^2 = u_i^2 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t - 2\sqrt{K_3 h}}{2 K_3 u_i} \right) \right\}^2 \quad (9)$$

または、

$$u_0 = u_i \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{t - 2\sqrt{K_3 h}}{2 K_3 u_i} \right) \right\} \quad (10)$$

式(6)と(8)、式(7)と(9)を見比べるとわかるように、

h と u_0 、 h と u_0^2 は時間的に同様に变化するこがわかり、ろ速 u_0 は時間の経過に伴って指数関数的に流入流速 u_i に漸近する。

後の実験的検討からわかるように $K_1 \gg K_3$ の後定は一般には成立せず、一概に式(6)、(8)を適用することはできない。これらの式から次のようなこがわかる。

(1) 一般には、損失水頭や流速を一つのデータとして使用するがその際 K_3 の影響を無視できるようなデータをとるように配慮する必要がある。

(2) 理論式は $u_i = 0 \rightarrow u_i$, $u_i = u_i \rightarrow u_i + \Delta u_i$ などに流入流速（あるいは流入流量）を変更する際にも適用できるので、逆の見方をすれば流速を連続的に変化させることが可能である。しかも A_1/A_2 の値を変えると、その変化特性によって時間的推移の変化曲線を調節することができ。

2) 流入を停止したときの水位変化

流入を停止する直前の損失水頭を h_f 、そのときの流速を u_f とすると、式(1)から

$$h_f = K_1 u_f + (K_2 + K_3) u_f^2 \quad (11)$$

流量の連続の式は

$$A_2 \frac{dh}{dt} = -A_2 u_o \quad (12)$$

式(11)より、

$$K_2 + K_3 = \frac{h_f - K_1 u_f}{u_f^2} \quad (13)$$

式(12)と式(13)に代入し、それをさらに式(11)に代入して整理し、損失水頭が h_f から h に達するまでの時間を t として積分すると、

$$t = \sqrt{K_1^2 + 4h_f} \frac{h_f - K_1 u_f}{u_f^2} - \sqrt{K_1^2 + 4h} \frac{h_f - K_1 u_f}{u_f^2} + K_1 \ln \frac{\sqrt{1 + 4h_f} \frac{h_f - K_1 u_f}{K_1^2 u_f^2} - 1}{\sqrt{1 + 4h} \frac{h_f - K_1 u_f}{K_1^2 u_f^2} - 1}$$

$K_1 = 0$ とすると、

$$t = 2 \frac{\sqrt{h_f}}{u_f} (\sqrt{h_f} - \sqrt{h})$$

$K_1 \gg K_2, K_3$ では

$$t = \frac{h_f}{u_f} \ln \frac{h_f}{h}$$

となる。

3. 理論式の実験的検討

図-2は K_2, K_3 を求めるための実験結果で、図-3, 4, 5はそれぞれ理論式と実験値を比較したものである。

図-2において写配はそれぞれの K を表わすことにはなるが3層支持板の損失水頭への寄与率は考える必要がないと思われる。ただ、切片を有しているが、これは流出端での流量を測定したロータメーターによる水頭損失分である。図-4, 5においてはロータメーターによる損失分を考慮した結果を合わせて示している。図-3, 4, 5をみるとわかるように理論式は大略現象を追跡していると考えられる。

参考文献；藤田賢二：急速砂ろ過池における流量調節方式の理論的

解析，水道協会雑誌 No. 423, 第44, 12

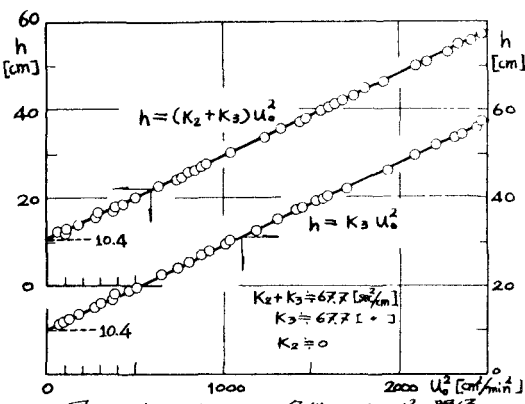


図-2 $K_1=0=K_2, K_1=0$ の条件での h と u_o^2 の関係

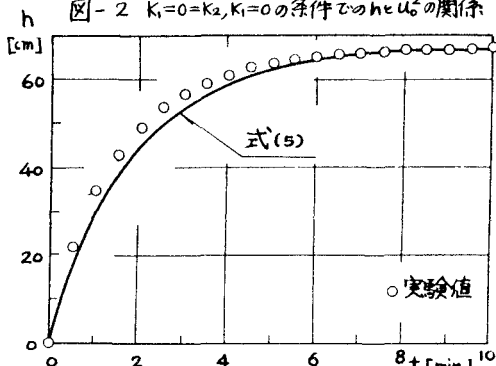


図-3 損失水頭の時間的变化

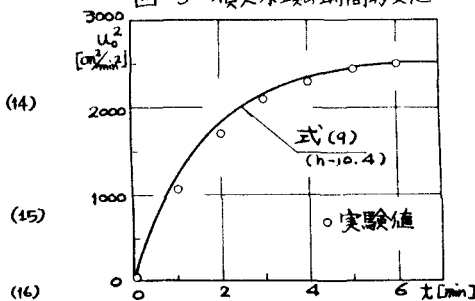


図-4 u_o^2 の時間的变化

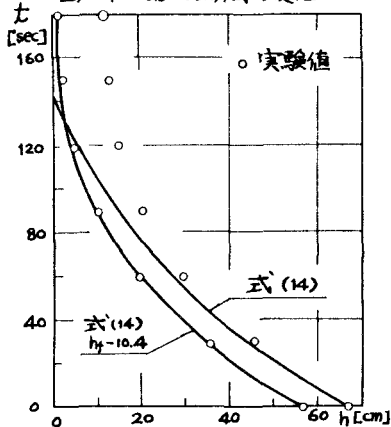


図-5 流入を停止したときの水位の時間的变化