

1. 序 津波の遡上現象を Lagrange 風にとらえるならば、従来の数値解析で問題となった海底の露出および陸上地形の複雑さを、容易に解決することができる。本論文は、この様な立場で次元問題を考え、最も簡単な地形を対象とした解析を行って、計算上の問題点について検討した結果を述べるものである。計算での数値計算結果を左右するパラメータとしては、斜面勾配、入力波の周期および波高、水深、差分化したときの格子および時間間隔等が考えられるが、これらは最大遡上高に影響する因子でもある。そこで、各パラメータを変化させて計算結果の変動を調り、差分の安定性、収束性および境界条件の設定の良否を検討するとともに、実用計算を行う際の条件を明らかにする。計算は斜面での反射の影響が沖の入力地点に到達する時間で打ち切った。水路幅変化および海底摩擦は考慮していない。

2. 基本方程式 Lagrange の運動および連続の式より長波の第一近似として、次の式が求められる¹⁾

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + g \left\{ \frac{\partial}{\partial a} [h(a) \frac{\partial x}{\partial a} - h(a+x) + h(a)] \right\} \quad (1)$$

$$\eta = -h(a) \frac{\partial x}{\partial a} - h(a+x) + h(a) \quad (2)$$

ここで $(a: t = 0)$ における水粒子の水平座標、 x, η : 水表面にある粒子の初期位置 a からの水平および垂直変位、 $h(a), h(a+x)$: 地点 a および $a+x$ での水深、 g : 重力加速度である。

3. 差分式および境界条件 差分式は中央差分を採用し、式(1)、(2)の陽差分式とした²⁾。初期条件としては静水状態を考える。

境界条件は $\eta = A \sin(\frac{2\pi}{L} t)$ を与え、次の式とした。

$$X_{i,j+1} = X_{i,j} - 2 \Delta t \frac{\sqrt{gK}}{L} A \sin(\frac{2\pi}{L} j \cdot \Delta t) \quad (3)$$

ここで $(l$: 沖側境界の格子点、 j : 時間ステップ、 A : 入力波の振幅)である。仮想境界条件は、汀線に存在した水粒子の格子点を $i=0$ 、これより Δa だけ沖側および陸側へ離れた格子点を $i=1$ 、 $i=-1$ として、 $\eta_{0,j} = -h(X_{0,j})$ 、 $X_{-1,j} = 2X_{0,j} - X_{1,j}$ (4)

を与えた。また差分安定条件は、Courant - Friedrichs - Lewy の安定条件を用いた。差分式、境界条件等の詳細は、参考文献(2)を参照されたい。座標のとり方など図-1に示す。

4. 計算結果

(1). 差分安定条件の検討 差分安定条件式($\frac{\Delta t}{L} \geq \sqrt{2gK_{max}}$)の右辺を漸次大きくした場合の結果を表-1に示す。これより収束条件として、 $F \leq 1$ ($F = \sqrt{2gK_{max}} \frac{\Delta t}{L}$) の関係が確認され、 $F \leq 1$ で解は収束 $F > 1$ で発散することがわかった。

(2). 入射波高の影響 沖合での入射波の波高 $(2A)$ が大きければ最大遡上高 (R) は大きい。そこで相対遡上高 $(R/2A)$ を考え、その影響をみたのが表-2である。 $R/2A$ には実質上差異は認められず、入射波の波高の影響は無視できる。

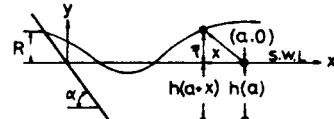


図-1 座標系

表-1 差分安定条件の検討

Δt	h (m)	$\frac{\Delta a}{L}$ (m)	$\frac{\Delta t}{L}$ (Sec)	$\frac{L}{\Delta t}$ (Sec)	$\sqrt{2gK_{max}}$	
1	2.0	5.0	1.0	5.0	4.53	収束
2	2.5	5.0	1.0	5.0	4.95	収束
3	3.0	5.0	1.0	5.0	5.42	発散
4	5.0	5.0	1.0	5.0	7.0	発散

表-2 入射波高の相対遡上高への影響

$2A$ (m)	0.2	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
$R/2A$	1.50	1.50	1.51	1.51	1.53	1.53

表-3 $\Delta a, \Delta t$ の相対遡上高への影響

$\frac{\Delta t}{L}$	2.0	1.0	0.5	0.25
10.0	1.22	1.38	1.39	1.40
5.0		1.44	1.43	1.43

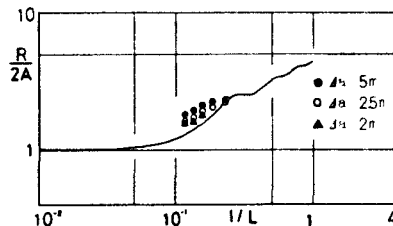


図-2 Δt の違いによる相対遡上高

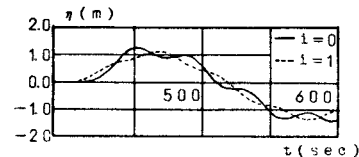


図-3 水粒子の鉛直時間変化

(3). 格子間隔(Δx)と時間間隔(Δt) 同一条件の波に対して、 Δx と Δt を変化させた場合の $R/2A$ を比較したものが表-3である。これを小さくとり、90%を十分安全側にとっても $R/2A$ には影響は少なく、10%の桁が多少変わる程度であった。表-3、図-7より、 Δx を変化させると $R/2A$ がかなり異なるがわかる。 Δx を小さくすれば実際の波形分布を正確に近似できるにもかかわらず、 Δx が小さくなっている。

(4). 汀線での微小振動の発生 図-3に $\eta=0$ と $\eta=-1$ の水粒子の時間変化を示す。入力波として $T=250$ 秒なる正弦波を与えているが、これに同期の短かな振動がのっているのが見られる。以下に、この微小振動について述べる。a). 微小振動の周期 汀線上での振動は差分化による最汀線部の微小区間によって生じるセーショと考えられる。一様水深(h)で長さ $l=L/4$ (L :波長)の湾の第一共振周期は $T_R=4l/\sqrt{g h}$ で表わされる。ここで $l=\Delta x$ および、直線的に水深が変化するときば平均水深をとればよいから、 $h^*=\alpha \cdot \Delta x/2$ とすると $T_R=4\sqrt{2/g} \cdot \sqrt{\Delta x}$ となる。微小振動を除去するために移動平均によって平均的な振動を求め、これを計算曲線より引くと微小振動の周期(T_{Rm})を定めることができる。 T_R と T_{Rm} の関係は図-4のように直線になった。 $T_R=1.26 T_{Rm}$ であり、この微小振動が汀線での計算格子間隔と密接な関係をもつことが確認された。

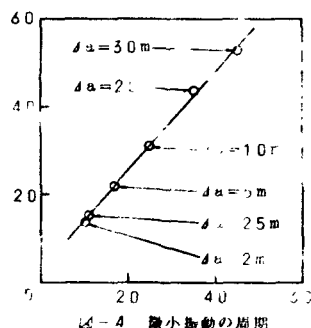


図-4 微小振動の周期

b). 微小振動の振幅 微小振動の振幅(A_R)の大きさは、 l/L (斜面水平長/波長)、 Δx 、 $2A$ 等とそれぞれ密接な関係があって、一概に述べることはできない。しかし図-5の様に移動平均で求めた最大遡上高に対する比(A_R/R_m)を入力波の周期に対する振動の比(T_{Rm}/T)と対比してみると、明らかな関係が得られた。ここで(T_{Rm}/T)が($\Delta x/L$)に相当することから、 Δx を小さくすれば数値計算上あらわれた振動の A_R は小さくすることができる。

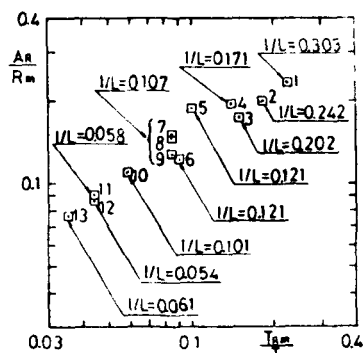


図-5 微小振動の振幅

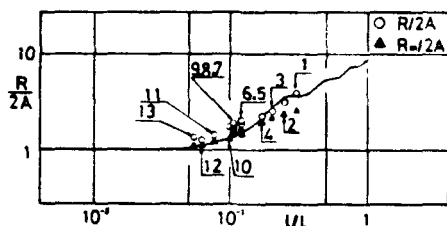


図-6 数値値との比較

5. 計算条件を決定するパラメータ 図-6は相対遡上高($R/2A$, $R_m/2A$)と理論値を比較したものである。図上の添字は図-5に対応している。これより、 $l/L < 0.12/2$ では $T_{Rm}/T < 0.1$ をみたすように Δx をきめると、 $R_m/2A$ は理論値とかなりよく一致する。その誤差は理論値に対して+8%以内である。 $l/L > 0.12/2$ の範囲では、 $R_m/2A$ よりも $R/2A$ の方が理論値に近い。この理由については今後の検討を必要とする。

6. 結論 汀線条件の設定による微小振動は、最大遡上高に大きく影響するので、今後とも十分は検討が必要である。現在まで明らかになったことをまとめると、 $l/L < 0.12/2$ の範囲ならば Courant-Friedrichs-Lewy の安定条件および $T_{Rm}/T < 0.1$ を満足するように Δx を決定し、微小振動が生じても移動平均によって相対遡上高 $R_m/2A$ を求めれば、8%以内の誤差で理論値に一致する答えをうることができる。

《 参考文献 》

- (1): Shuto, N.: Standing wave in front of a sloping dike, Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., pp. 1629-1647, ASCE, 1972
- (2): 首藤伸夫・後藤智明: 津波の遡上に関する数値解析, 第24回海岸工学講演会論文集, pp. 65-66, 1977.