

炭塩二層流の中間層

東北工学部 正員 岩崎 敏夫
 東北文学院 学生員 江原 昌彦
 東北文学院 学生員 佐藤 勝弘

1. はじめに すでに示したように 炭塩二層流に関して抵抗係数などの諸量を算定するに際して、中間層が形成されている場合、その影響を考慮する必要がある。今回、中間層を理論的に検討し、数値解析により密度構造、流れの様子を調べ、実験との比較検討を行ったのでここに報告する。

Table 1 実験条件

2. 実験概要と実験条件 実験は 静止した塩水層上に炭水層が流動する成層流とし、既報の水路を用いた。流速は 中間層が平衡状態に達した後に行ない、界面形状は ポイントゲージを使用し、目視により同定した。また、濃度分布は 電気伝導式濃度計を使用した。実験条件は Table 1 に示した。

	Run 1	2	3	4
塩水層厚 h_1 (cm)	5.0	6.0	6.0	6.0
h_{lower} (cm)	0.75	0.52	1.11	1.42
h_1 (cm)	5.95	7.55	8.31	9.98
Q (cm ³ /sec)	205.7	122.8	313.8	437.5
U_1 (cm/sec)	2.260	1.063	2.468	2.865
$\epsilon_{12} = \mu_1/\rho_2$	0.0272	0.0272	0.0272	0.0272
T_1 (°C)	9.45	8.8	9.0	8.6
T_2 (°C)	9.45	8.55	9.0	8.7
T_3 (°C)	9.2	8.25	8.7	8.35
R_0	3.25	7.91	15.19	2.095
R_0'	2.54	1.69	2.28	3.10
$F_{1,12}$	0.1795	0.0750	0.1659	0.1757
Ψ_{12}	43	4	42	65

3. 数値解析方法 中間層のモデル化に際し、実験での観察と考慮して、次の仮定を行った。

- (1) 定常二次元問題である。
 - (2) 第一界面は上層流との関係で定まる。
 - (3) 第二界面は水平であり、中間層の上端端は炭水と塩水の接触点である。
 - (4) 第一界面からの Turbulent entrainment は無視する。
 - (5) 中間層の流れは下流端付近を除いては全般的に粘性が卓越している
- 《第一界面形状の解析》 界面に作用する shear stress による上昇(I)に粘性力と流線が集中するために生じる圧力低下の効果による上昇(II)を加えて第一界面とした。

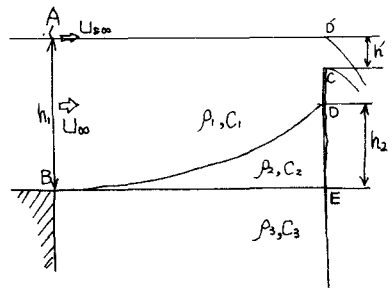


Fig. 1 三層モデル

(I)の算定 —— 二層流における界面形状の式

$$\frac{dh_1}{dx} = -\frac{f_i}{2} \frac{Fi^2(1+r)}{1-Fi^2} \quad (Fi = U_1/\sqrt{\rho_2 g h_1}, r = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2 h_2}) \quad (1)$$

における抵抗係数 f_i について 岩崎の実験式(2)を用いて算定した。

$$f_i = 7.88 \Psi^{-0.8356} \quad (2)$$

(II)の算定 —— 塩水付近は粘性力が卓越しているため、y 方向の運動方程式 $\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \rho g - \frac{\partial p}{\partial y}$ を y に對して 0 から h_2 まで積分し、左辺第二項にベルヌーイの定理を適用して 次の式を得た。

$$f = \frac{1}{\epsilon_{12}} \frac{1}{2} (U_{\infty}^2 - U_2^2) - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h_2} u v dy + (1 - \frac{\partial f}{\partial x}) u v|_{y=f} - v^2|_{y=f} \quad (3)$$

ここで $\epsilon_{12} = \rho_2 - \rho_1/\rho_2$, U_0 は表層流速である。上層流に関して流れ関数を導入し、(4)の支配方程式を(5)の境界条件で解き、トライアルで第一界面を逐次求めた。なお、 h_1, U_0 を無次元化している。

$$\nabla^2 \Psi^* = 0 \quad (4) \quad \Psi^* = y^* \text{ on } A \sim B, \Psi^* = 1 \text{ on } A \sim D$$

ここで $\alpha = h_1/h_2$ $\Psi^* = \frac{1}{\alpha} \{ y^* - (1-\alpha) \}$ on $C \sim D$, $\Psi^* = 0$ on $y^* = f(\alpha) f \sim 0$ } (5)

《中間層の解析》 支配方程式が いずれも楕円型二階偏微分方程式となっているため、ここではSOR

法を用いた。なお、 h_2, U_0, C_2 で無次元化を行っている。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \psi^* &= 0 \\ \psi^* &= \nabla^2 \psi^* \\ \frac{\partial \psi^*}{\partial y} \frac{\partial C^*}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \frac{\partial C^*}{\partial y} &= K_2 \frac{\partial C^*}{\partial x} + K_3 \frac{\partial C^*}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (6) \quad \left. \begin{aligned} \psi^* &= -h_2 z / L_0 U_2, C^* = 0; \text{ on } B \sim D \\ \psi^* &= -\frac{\partial \psi^*}{\partial x}, U^* = V^* = 0, \frac{\partial C^*}{\partial x} = 0; \text{ on } D \sim E \\ \psi^* &= -\frac{\partial \psi^*}{\partial y}, U^* = V^* = 0, C^* = 1; \text{ on } B \sim E \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで $\psi^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial y}$, K_2, K_3 はそれぞれ x, y 方向の無次元化された拡散係数である。

4. 結果と考察 Fig 2は Run 1の実験のパラメータを用いた計算により最終的に決定した第一界面形状を、実験値と共に示したものである。両者はおおよそ一致しているが、計算による形状の方が、堰体直下の立ち上がりが急であることがわかる。この原因としては、この付近で粘性を無視した解法を行なったため、堰に接近する部分での shear stress による勾配を無視していることと、実際には $\psi = 1$ の程度でもこの付近では混合が生じ entrainment

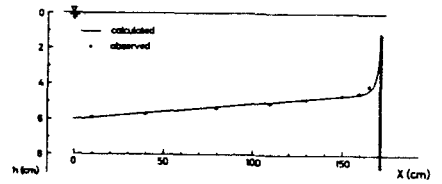


Fig 2 第一界面形状

がある場合もあるため、第一界面方程式の妥当性に問題があるためと考えられる。Fig 3には、同じケースについて計算で求めた堰体直下の中間層の流速ベクトルの分布を示した。第一界面に作用する shear stress による循環流が生じている様子がうかがえる。この循環の中心は第一界面に作用する shear が大きくなるほど、接近くによせられていくことが、図 4 との比較から知られる。

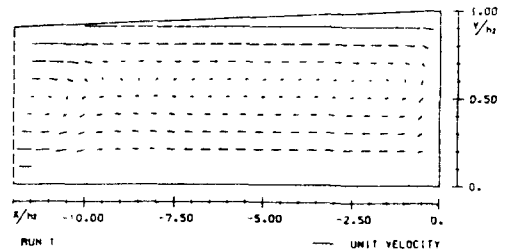


Fig 3 中間層の流速ベクトル

Fig 4に Run 4に用いた計算で求められた濃度分布と実験値を示した。両者の分布形は必ずしもよく一致しているとは言えないが、下流堰にむかうほど希釈されていく様子がうかがえる。Fig 5には、Run 3の実験パラメータに合わせて計算した二層モデル及び三層モデルによる界面形状と実験による界面形状を示した。二層モデルによる計算は(1)式を用いた。(2)式は中間層が生じている状況において第一界面のみに着目し二層モデルとして算定したものである。三層モデルの算定には

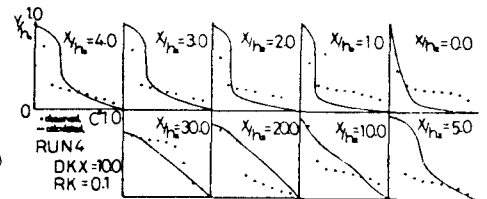


Fig 4 密度分布形

$$\frac{dh_1}{dx} = \left\{ \frac{f_1 U_1^2 (1 + 3/2 r_2)}{2g h_1} + \frac{h_2}{2\rho_2} \frac{d\rho}{dx} \right\} / \left(\epsilon_{12} - \frac{U_1^2}{g h_1} \right) \quad (8)$$

において摩擦係数 f_1 として、金谷の実験式を用いた。

$$f_1 = 0.2 \psi^{-0.5} \quad (9)$$

算定は(1)(8)式を用いた実験値を用いて Runge-kutta 法により数値算定した。三層モデルによる界面形状は実験値とおおよそ一致しているが、二層モデルから計算した形状はそれらとはあまりよく合っていない。しかし、ほぼ等しい ψ 値を有する流れの Run 1 についてはよく一致を見ている。この様に密度構造の急激な変化によっても界面形状は相当

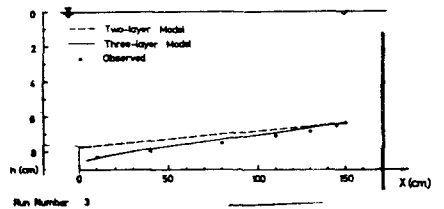


Fig 5 第一界面形状

文脈にあることがわかる。密度構造について本論文において式(8)を示したが、なお今後の検討が必要である。最後に、本実験をならうにあたり御協力いただいた東北大学工学部教授、佐藤弘氏、佐藤栄司氏に感謝の意を表します。

<参考文献> 1) 岩崎 江原: 第24回 海講演文集 (1977)