

開水路乱流における汚遊砂の拡散について

秋田大学 正島 石井 千太郎
 学員 ○ 佐藤 光吾
 学員 古村 栄

Ⅰ) はたがき 汚遊砂の輸送は乱流の乱流現象と密接に関連しており、ここ十数年来、開水路水流での乱流の研究が多くの研究者によって行なわれてきている。本研究は、この乱流の研究の成果を用い、拡散係数を再評価し、一様二次元開水路流れに瞬間面源および点源として与えた汚遊砂の拡散の初期の段階 (Convective Period) における拡散過程を、Anis' Moment Transformation を導入した拡散方程式を数値計算して検討している。

Ⅱ) 乱流拡散係数について^(1,2) 拡散過程を拡散方程式を用いて解析する場合、式中の拡散係数としてどのような式や値を用いるかが最も重要である。開水路二次元流れでは Reynolds の Analogy を用い、乱流拡散係数を運動粘性係数に比例するとして一般に次式が用いられている。

$$E_D = \beta \cdot \epsilon_m = \beta \cdot \epsilon / \rho \cdot \overline{u'v'} / (d\bar{u}/dy) = \beta K \eta (1 - \eta) \eta_{\text{eff}} \quad (1)$$

ただし、 $\eta = y/h$ (h : 水深)

一方、Lagrange 的解法の one particle analysis から、一様等方性の乱流において拡散係数は、Lagrange の相関係数として指数関数形を用いると、次式で表わされる。

$$E_D = \overline{u'^2} t_0 \{1 - \exp(-t/t_0)\} \quad (2) \quad t_0: \text{渦の寿命時間}$$

式で $t/t_0 \ll 1$; $E_D = \overline{u'^2} \cdot t \quad (3.1)$
 $t/t_0 \gg 1$; $E_D = \overline{u'^2} \cdot t_0 \quad (3.2)$

と置かれる(図-1)。この結果より、 $t/t_0 \ll 1$ のとき、拡散係数が時間の関数となることがわかる。また、(3)式を二次元せん断流の場合に拡張すると、(4)式のように置かれるであろう。

$$t/t_0(\eta) \ll 1 ; E_D = \overline{u'^2}(\eta) \cdot t \quad (4.1) \quad t/t_0(\eta) \gg 1 ; E_D = \overline{u'^2}(\eta) \cdot t_0(\eta) \quad (4.2)$$

レバって、乱流の特性量 $\overline{u'^2}$ と t_0 の水深方向の分布がわかると乱流拡散係数が得られることになる。しかしながら、式(4.1)(4.2)における乱流の特性量は Lagrange 的特性量であり、その測定は非常に困難である一方、Hot film 流速計などの利用による Euler 的特性量の測定が容易なため、その資料が得やすい。そこで、以下のように、Euler 的特性量の資料によりその普遍関数表示を得て、後に Euler 的特性量から Lagrange 的特性量の変換を試みる。Euler 的特性量の乱流強度 u', v' および平均スケール T_E, L_E (5) 式で普遍表示する。

$$u'_E/v'_E = \phi_u(\eta) ; v'_E/v'_E = \phi_v(\eta) \quad (5.1) \quad \overline{u'_E} \cdot T_E/h = L_E/h = \phi_{LE}(\eta) \quad (5.2) \quad \left. \vphantom{\frac{u'_E}{v'_E}} \right\} (5)$$

$$u' = u'_E = u'_s ; v' = v'_E = v'_s \quad (6.1) \quad T_E = L_E/\overline{u'_E} = \alpha(L/u') T_E = L_E/u' \quad (6.2)$$

(6) 式の変換式を用いると T_E の分布形として (7) 式が得られる。(7) 式で得られる平均時間スケール T_E は流れ方向のものであり、(4.2) 式における t_0 は水深方向の時間スケール T_E であるが、これが比例関係にあると仮定すると (8) 式となる。ここで T を比例定数とすると、この結果、(4.2) 式は (9) 式となる。

$$(\overline{u'_E} T_E)/h = \alpha \phi_{LE}(\eta)/\phi_u(\eta) \quad (7) \quad (v'_E t_0)/h = u'_E \phi_{LE}(\eta)/\phi_u(\eta) = \alpha \phi_{LE}(\eta)/\phi_u(\eta) \quad (8)$$

$$E_D y/v_{\text{eff}} = \alpha \{\phi_v(\eta)\}^2 \phi_{LE}(\eta)/\phi_u(\eta) = \alpha(\eta) \quad (9)$$

Ⅲ) 拡散係数のモデル化 Ⅱ) の (9) 式を用い、拡散係数を (10) 式のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} t/t_0(\eta) < 1 ; E_D y = E_{Dx} = \{t/t_0(\eta)\} \alpha(\eta) \\ t/t_0(\eta) \geq 1 ; E_D y = E_{Dx} = \alpha(\eta) \end{aligned} \right\} (10)$$

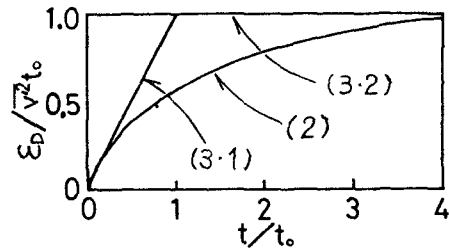


図-1 拡散係数の時間的变化 1)

(10)式中、 $\phi_0(y)$ は(8)式によって計算されるが、図-2からみて、 ϕ_0 の関数形を決定することは困難な状態にある。そこで、(10)式の $\phi_0(y)$ を(1)式と一致させ、さらに、 ϕ_0 と ϕ_0' の分布については Richardson & Mcguivney の実験値に Yalin の考察⁵⁾を加えよに (得た分布形 (図-3)を用いて $\phi_0(y)$ を逆算した。その結果を図-2に示したが、 $\alpha' = 0.1$ とした $\phi_0(y)$ の分布はほぼ実験値と一致するものと見なすことができるであろう。

Ⅳ) 計算および結果 一樣な二次元せん断流における汚濁粒子の輸送の基本式は次式とおける。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial (E_y \frac{\partial C}{\partial y})}{\partial y} + V_s \cdot \frac{\partial C}{\partial y} + E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (11)$$

計算は上式に Aris Moment Transformation を導入し式(11)を用い、Crank-Nicolson の差分スキームにより数値計算を行っている。汚源については面源と点源について、さらに、 $E_y (=E_x)$ を(1)式および(10)式と置いた場合について比較計算を行っている。その一例として、面源における結果の一部を図-4に示す。この図によると、濃度分布形を意味する $C_0(y,t)/m_0(t)$ ($= \int_{-\infty}^{\infty} C(x,y,t) dx / \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(x,y,t) dx dy$) の分布形の時間的な変化の状態は、拡散係数 E_y に(1)式を用いた結果と(10)式を用いた結果との差が Convective Period において小さく、ほとんど無視し得るものと思われる。また、その他の結果については講義時に詳細に報告する。なお、計算には、東北大学の大型電子計算機 (ACOS NEAC システム 700) を用いた。

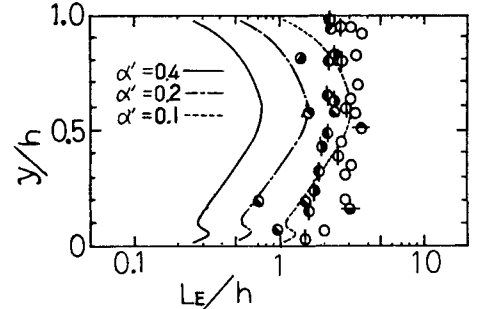


図-2 流れ方向の乱れ速度の平均スケール 3)

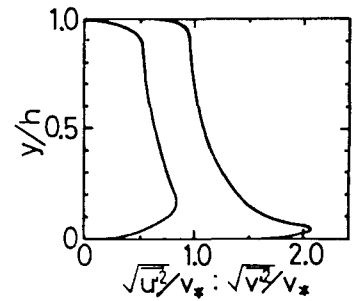
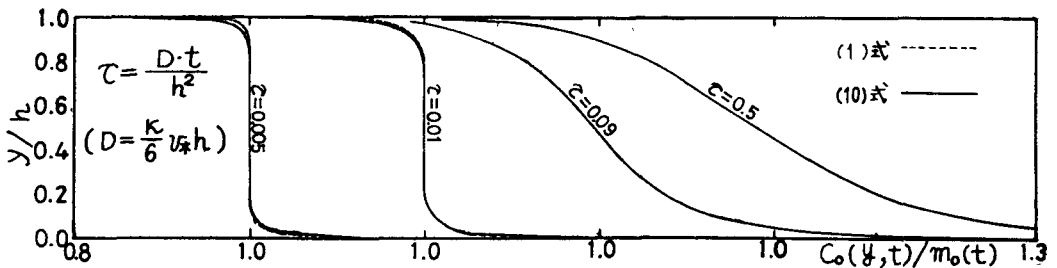


図-3 乱れの強さ 4), 5)

図-4 $C_0(y,t)/m_0(t)$ の分布形の時間的变化



Ⅶ) 参考文献

- 1) 藤 東一郎: 水理学Ⅱ (森北出版)
- 2) 岸 カ: 沖積地河川の水理学序説 (第11回 水工学に関する夏期研修会講義集 1972)
- 3) 今本博健: 開水路流れにおける乱れの基本的特性について (土木学会論文報告集 1972)
- 4) R.S. Mcguivney & F. Pasquill: Some turbulence measurements in open channel flow (Proc. ASCE 95, HY1, Jan. 1969)
- 5) M.S. Yalin: Mechanics of Sediment Transport (Pergamon Press 1972)
- 6) W. Sayre: Dispersion of Silt Particles in Open Channel Flow (Proceedings, Journal of the Hydraulics Division, ASCE Vol 95, No. HY3, May 1969)
- 7) 大場幹夫: 55年度、東北支部技術研究発表会講演要旨