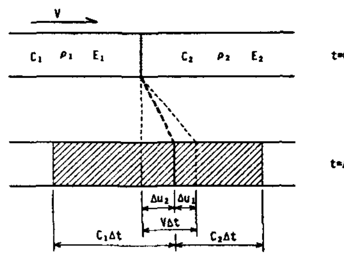
線要素による衝突問題の解析について

東北工業大学 正会員 秋田宏

まえがき

棒の非対称な衝突を、一次元、完全弾性の範囲で扱った。一次元の問題では厳密解が求められているので、有限要素近似による計算値を真の値と比較できる。ここで用いた手法は 有限要素近似の仮定に加えて さらにいくつかの仮定をも含むものであるが、計算例と厳密解との比較の結果は満足すべきものであり、かつ若干の興味深い事実についても知ることができた。



図－1

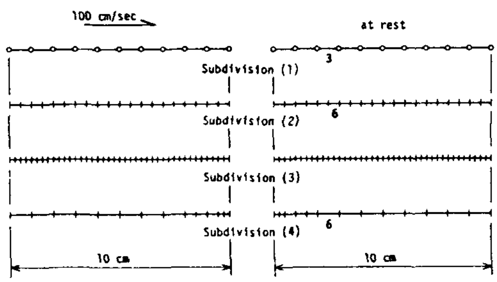
初速度

2本の棒の衝突を考えるとして、一次元の運動方程式は次のような2つの離散化方程式となる。

$$[K_1]\{u_1\}+[M_1]\{\ddot{u}_1\}=\{F_1\}$$

$$[K_2]\{u_2\}+[M_2]\{\ddot{u}_2\}=\{F_2\}$$

上式で、衝撃力を何らかの方法で求めて外荷重とみなし、それぞれの棒について個別に解くのも一法である[1]。しかし、ここでは衝突の期間中接触点が同一の変位を保つとの仮定により、外力の項を消去し一体問題として解くことを考える。その際 接触点は同一の速度を持たねばならないが 衝突前の速度はまったく異るため 共通の初速度を仮定する必要がある。弾性衝突の範囲では、運動量と運動エネルギーの保存則を同時に満足する共通の速度は求め得ない。しかし、そのずれの量は要素分割を細くすることにより十分小くできるので、保存則違反を実用的な立場から容認する。

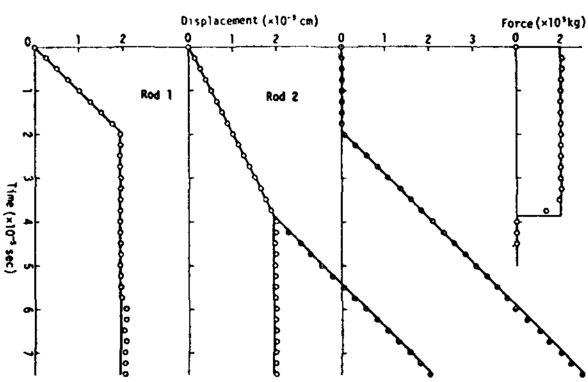


図－2

具体的には、連続体の理論から図－1における $\Delta u_2/\Delta t$ の極限値として

$$V_0=\frac{1}{1+\sqrt{\frac{\rho_2 E_2}{\rho_1 E_1}}}\cdot V$$

を求め共通の初速度とする。一般の要素分割モデルでは、上式による接触点の初速度は運動量を保存しない。また、上式に従って接触点が移動する時、両棒における接触点の反力は等しくならない。しかし 両棒を弾性波の速度に比例する長さで分割すれば 言いかえると最大の固有振動数が一致するような要素分割を行えば、上の不都合は同時に解消されることが容易に確かめられる[2]。

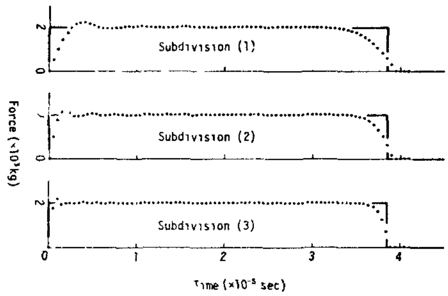


図－3

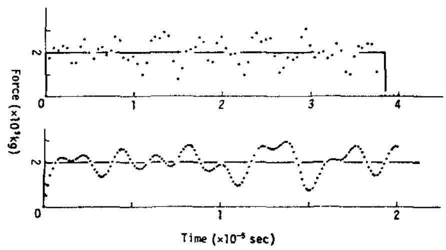
計算例

以上のような仮定と分割を行うものとして 簡単のため同一の棒の衝突を解析してみた。分割は図－２に表わした４種であり、材質は鋼を想定した。図－３が、変位および衝撃力の時間的な変化であり、理論値（実線）と良く一致していることがわかる。図－４は衝撃力を詳しく調べたものであり、分割を細くするに従い理論値に近づいていることがわかる。

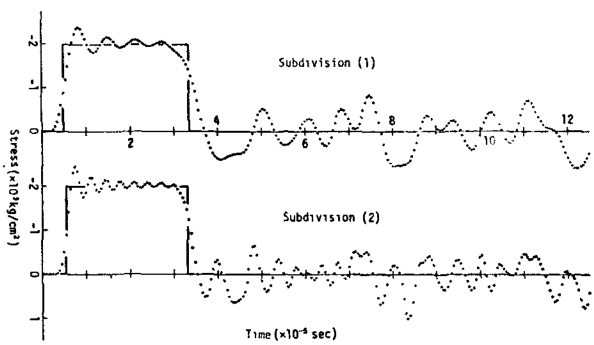
しかしながら、一様でない分割においては（図－５）不規則な振動が生じ良い近似は得られない。これは 前の考察と同様に各節点の両側を別個の棒と考えた時に、それぞれの最高次の固有振動数が一致しないためと考えられる。図－６は、対応する位置での応力変化を 異る分割に関して調べたものである。全体としては分割が細いほど良い近似であると言えるが、理論値からのずれの最大値は分割の細い方が大きい。すなわち、衝突のように時間的に不連続な変化をともなう現象を扱う場合は 必ずしも分割が細いほど良い結果を与えるとは限らないことを示している。図－７は一様でない分割の例であり、やはり不規則な振動をともない良い結果とは言えない。



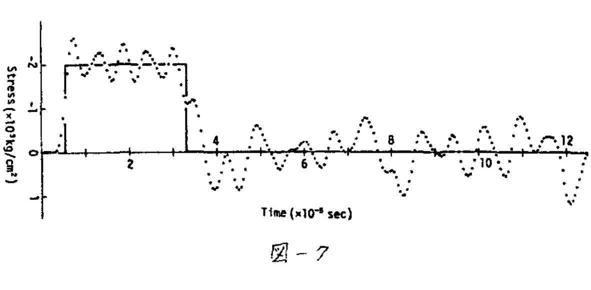
図－４



図－５



図－６



図－７

あとがき

以上のように 一様な分割を行う限り本法によって満足な結果が得られることがわかった。ただし 応力変化についてはかなり精度が落ちる。また、一様でない分割では満足な結果が得られないという事実は他の応答解析においても注意を要すべきことと考えられる。

参考文献

1). 秋田宏 "棒の非対称な衝突の有限要素法によるシミュレーション" 第25回応力連合論文抄録 P113 1975

2). 秋田宏 "棒の非対称な衝突の線要素による解析" 第27回応力連合論文抄録 P293 1977