

骨組の非線形振動に関する研究

東北大学工学部 正員 倉西 茂
 東北大学工学部 学生員 〇津村 直宜

§ はじめに

非線形振動論の分野において、右図に示されるような、軸方向同期力を受ける、単純支持棒の曲げ振動問題が知られている。このような問題では、普通の線形振動と異なり、棒の固有曲げ振動数と、外力振動数との間に、



なる関係が成り立つと、ある種の共振現象が発生する。この現象は、一般に パラメトリック励起振動と呼ばれて 特に構造工学の分野では、いわゆる動的不安定問題のひとつとして取り扱われている。構造力学的な観点から見て、このような現象は、変形の幾何学的非線形性に帰因して起こるものと考えられる。そのため、有限変形理論にもとづく有限要素法を用いれば、軸方向同期力を受ける部材を含む骨組系のパラメトリック励起振動を解析できる。そこで、本研究では、Brown らが用いた有限要素法によるパラメトリック励起領域の計算法を、一般の骨組構造物にまで拡張して、骨組の励起領域を定め、さらに、有限要素法による有限変形応答プログラムを用いて、骨組のパラメトリック励起振動の解析を行なった。

§ 解析手法

骨組のパラメトリック励起領域の境界振動数は、その系のかく乱運動方程式が 不安定領域の境界上で、周期 T または $2T$ の周期解をもつ条件から決定される。但し、 T は系に作用する外力の周期である。そこで、骨組の主励起領域 ($k=1$) は、次式から計算される境界振動数によつて、近似的に区分できる。

$$\det \left[K + \left(\alpha \pm \frac{1}{2} \beta \right) K_0 - \frac{\theta^2}{4} M \right] = 0$$

ここで、 K : 骨組の線形剛性マトリクス

K_0 : 骨組の幾何学的剛性マトリクス

M : 骨組の質量マトリクス

θ : 主励起境界の振動数

α : 骨組に作用する非同期性荷重の基準荷重に対する比

β : 骨組に作用する同期性荷重の基準荷重に対する比

一方、骨組のパラメトリック励起応答は、増分形式で書かれた運動方程式

$$M^{t+\Delta t} \ddot{u} + {}^tK u = {}^{t+\Delta t}F - {}^{t+\Delta t}R$$

を、Newmark α β 法によつて、逐次数値積分していくことによつて求められる。ここで、

tK : 時刻 t の変形形状における非線形剛性マトリクス

${}^{t+\Delta t}F$: 時刻 $t+\Delta t$ における外力ベクトル

${}^{t+\Delta t}R$: 時刻 $t+\Delta t$ における不平衡内力ベクトル

${}^{t+\Delta t}\ddot{u}$: 時刻 $t+\Delta t$ における節点加速度ベクトル

u : 時刻 t から $t+\Delta t$ までの変位増分ベクトル

§ 計算結果

計算結果及び考察は、当日、スライドをもつて発表する。