

任意波形の温度変化を受ける舗装構造の熱伝導

東北大学 学生員 ○星野 亨
東北大学 正会員 鈴木登夫
仙台市役所 小斎正則

§1 はじめに

舗装は、たえず気象作用(太陽の日射, 雨, 風等)の影響を受け、その内部の温度分布は時々刻々に変化している。舗装内部の温度変化の推定を解析的に可能ならしめることは、舗装の合理的設計にきわめて重要なことである。舗装内部の温度分布を求める既往の研究としては、舗装を単層構造に、表面温度を正弦曲線に仮定した Thomlinson の解析法などがあるが、実測値との偏りがありにも大きい。本研究は、さらに正確な温度分布の解析のために、舗装構造を多層構造に、表面温度を実測値に近い波形で表示した関数で仮定し、熱伝導方程式の解を求め、さらに、実測値との対比を行な、たものである。

§2 舗装の温度変化

実際の温度分布を知る目的で、試験舗装としてコンクリート舗装を施工し、測定は年間を通じ各季節ごとに行な、た。図1は、夏の晴天日の典型的な温度変化を示したものである。1日のコンクリート版表面の温度変化は、ほぼ一定のパターンをもち、日出前5〜6時頃最低温度、日中13〜14時頃最高温度をとる。つまり温度上昇はきわめて急であり、約6時間であるのに対し、下降は約18時間を要している。

§3 表面温度波形の Fourier 級数による表示

ここでは Fourier 級数を用いて、表面温度波形を表示する。Fourier 級数は、 T_0 を周期として次式で与えられる。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{2\pi}{T_0} t + b_n \sin \frac{2\pi}{T_0} t) \quad (1)$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) \cos \frac{2\pi}{T_0} t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} f(t) \sin \frac{2\pi}{T_0} t dt$$

表1は、実際の表面温度の変化として、図1の波形を対象に、Fourier 係数、 $\frac{a_0}{2}$ 、 a_n 、 b_n 、($n=1, 2, 3, 4$) を求めた値である。ただし、全振幅が1.0となるように修正した値となっている。

Fourier 係数は、周期が短くなるほどその値は減少していく。したがって、表面温度を近似する場合には、 $\frac{a_0}{2}$ 、 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 の5項を用いる。図1に、表面温度を次式で与えた場合の変化を示す。

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \frac{2\pi}{T_0} t + a_2 \cos 2 \cdot \frac{2\pi}{T_0} t + b_1 \sin \frac{2\pi}{T_0} t + b_2 \sin 2 \cdot \frac{2\pi}{T_0} t \quad (1')$$

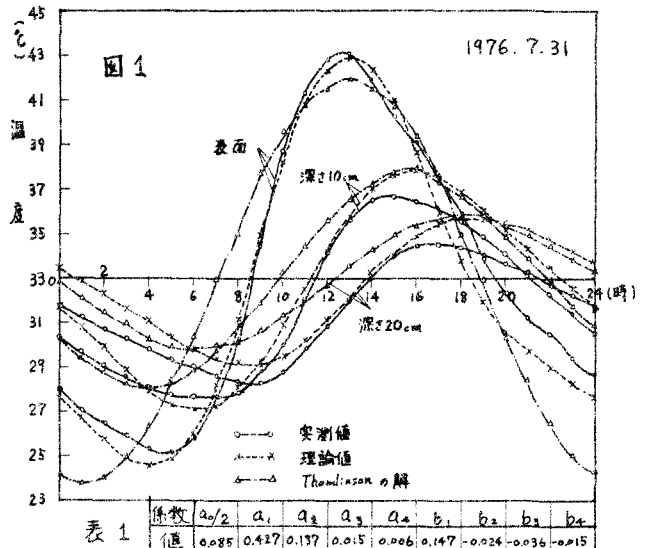


表1

係数	$a_0/2$	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
値	0.085	0.427	0.137	0.015	0.006	0.147	-0.026	-0.036	-0.015

この図を見れば、実測値とはほぼ一致しており、表面温度を、(1)式で近似してもよい。

3.4. 拡散理論による舗装温度分布の解析

舗装内部の温度分布を解析するための基礎となる熱伝導方程式は、2層構造の場合、第1層の温度を $T_1(t, x)$ 、第2層を $T_2(t, x)$ として、

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad (-h < x < 0, 0 < t) \quad , \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = K_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \quad (0 < x, 0 < t) \quad (2)$$

初期条件

$$T_1(0, x) = 0 \quad , \quad T_2(0, x) = 0 \quad (3)$$

境界条件 $f(t)$ を表面温度として、

$$T_1(t, -h) = f(t), \quad T_2(t, \infty) = 0, \quad T_1(t, 0) = T_2(t, 0), \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1(t, 0)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(t, 0)}{\partial x} \quad (4)$$

ここで、 $\lambda_n, K_n, (n=1, 2)$ は、それぞれ各層の熱伝導率、温度拡散率とする。いま境界条件として(4)式を使い、初期条件、境界条件のもとで、熱伝導方程式を解くと、第1層の解 T_1 は、

$$T_1 = \frac{q_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n v^n \left\{ v \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{A_1}{2\sqrt{t}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{A_2}{2\sqrt{t}} \right) \right\} \\ + C_i \sum_{i=1}^4 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n v^n \left\{ v \cdot A_i \int_0^t \sin(d_i) \frac{e^{-\frac{A_i^2}{4\tau}}}{\sqrt{\tau}} d\tau + A_2 \int_0^t \sin(d_i) \frac{e^{-\frac{A_2^2}{4\tau}}}{\sqrt{\tau}} d\tau \right\} \quad (5)$$

ただし

$$C_1 = a_1, \quad C_2 = a_2, \quad C_3 = b_1, \quad C_4 = b_2, \quad A_1 = (2m+1)h-x, \quad A_2 = 2nh+x \\ d_1 = \frac{\pi}{2}(t-\tau), \quad d_2 = 2 \cdot \frac{\pi}{2}(t-\tau), \quad d_3 = \frac{\pi}{2}(t-\tau) + \frac{\pi}{4}, \quad d_4 = 2 \cdot \frac{\pi}{2}(t-\tau) + \frac{\pi}{4} \\ u = \frac{\lambda_2 \sqrt{t}}{\lambda_1 \sqrt{\tau}}, \quad v = \frac{1-u}{1+u}, \quad \operatorname{erf}(t): \text{誤差関数}, \quad h: \text{第1層厚}$$

3.5 理論値と実測値との比較

(5)式をもとに計算プログラムを作成し、実測された熱特性値をもとに、厚さ20cmのコンクリート版が、碎石路盤上に施工されている舗装の深さ方向について、温度分布を求める。表2にλカデータを示す。図1に、解析結果と、実測値およびThomlinsonの解析より求めた値とともに表わす。

Thomlinsonの解析から得られた解は、実測値と一致せず、特に最高温度、最低温度出現時刻では大きくはずれている。これは、解析に用いた境界条件に問題があるためと考えられる。これに対し、境界条件を(4)式で与えた場合、最高温度、最低温度出現時刻では、若干はずれているものの、全体としてみれば、かなり良く一致している。たとえば、1日の全温度振幅を10℃と仮定した場合、深さ10cmの位置で実測値との誤差は最大1℃程度であり、しかも設計上安全側を示している。

3.6 あとがき

舗装の温度分布の推定にあたり、その境界条件の決定により解析結果は非常に大きく左右される。したがって、舗装表面の温度変化としては、実際に近い波形をFourier級数などで近似した関数で与えることが必要である。

本研究は、東北大学工学部、福田正教授のもとで行なった。

参考文献

Thomlinson; Temperature Variations and Consequent Stress Produced by Daily and Seasonal Temperature Cycles in Concrete Slabs, Concrete and Constructional Engineering, June-July, 1940

表 2

データ	使用値
熱伝導率 λ	Co. 0.0266 $\frac{\text{Joule}}{\text{cm} \cdot \text{s}}$
	碎石 0.0079 $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$
温度拡散率 K	Co. 0.00725 $\frac{\text{Joule}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$
	碎石 0.00438 $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$
コンクリート版厚	20 cm