

多次元自己回帰モデルによる解析について

秋田工専 正 長谷部 正寿

1 おえがき

本研究では、従来、時系列の解析のモデルとして使われる自己回帰モデルを拡張した多次元自己回帰モデル(本例では5変数)を応用する。一般に流出計算において複数の降水量観測所の資料を用いる場合には、ウェーヒンガ等で求めた平均雨量を用いて計算するのが普通である。この拡張モデルを採用すると各降水量を、その変数として用いて流量の解析と予測ができる。本例での解析地点は、雄物川水系 柳田橋流量 ($A=476.5 \text{ km}^2$)、降水量としては、湯沢、院内、湯の袋、秋の宮の4観測所である。また解析単位は日単位である。

2. 多次元自己回帰モデル

多次元自己回帰モデルは、次の様な構造マトリクスで表わされる。(5変数)

	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0
5	1	0	0	0	1

ここで各要素を δ_{ij} とすれば

$i \rightarrow j$ に影響を及ぼす場合 $\delta_{ij} = 1$

$i \rightarrow j$ に影響を及ぼさない場合 $\delta_{ij} = 0$

1, 柳田橋流量 2, 湯沢降水量 3, 院内降水量
4, 湯の袋降水量 5, 秋の宮降水量

上記の構造マトリクスを設けると柳田橋のモデル式は (1) となる。

$$y_t^1 = \delta_{11} (a_{11}^1 y_{t-1}^1 + a_{12}^1 y_{t-2}^1 + \dots + a_{1M}^1 y_{t-M}^1) + \delta_{21} (a_{11}^2 y_{t-1}^2 + a_{12}^2 y_{t-2}^2 + \dots + a_{1M}^2 y_{t-M}^2) + \delta_{31} (a_{11}^3 y_{t-1}^3 + a_{12}^3 y_{t-2}^3 + \dots + a_{1M}^3 y_{t-M}^3) + \delta_{41} (a_{11}^4 y_{t-1}^4 + a_{12}^4 y_{t-2}^4 + \dots + a_{1M}^4 y_{t-M}^4) + \delta_{51} (a_{11}^5 y_{t-1}^5 + a_{12}^5 y_{t-2}^5 + \dots + a_{1M}^5 y_{t-M}^5) \quad (1)$$

(1) 式あるいは $a_{11}^1 \dots a_{1M}^1$ は最小自乗法で決定される。本例では (2) となる。M: 次数

$$\begin{bmatrix} R_0^{11} & R_0^{12} & R_0^{13} & R_0^{14} & R_0^{15} \\ R_{1-M}^{11} & R_{1-M}^{12} & R_{1-M}^{13} & R_{1-M}^{14} & R_{1-M}^{15} \\ R_0^{21} & R_0^{22} & R_0^{23} & R_0^{24} & R_0^{25} \\ R_{1-M}^{21} & R_{1-M}^{22} & R_{1-M}^{23} & R_{1-M}^{24} & R_{1-M}^{25} \\ R_0^{31} & R_0^{32} & R_0^{33} & R_0^{34} & R_0^{35} \\ R_{1-M}^{31} & R_{1-M}^{32} & R_{1-M}^{33} & R_{1-M}^{34} & R_{1-M}^{35} \\ R_0^{41} & R_0^{42} & R_0^{43} & R_0^{44} & R_0^{45} \\ R_{1-M}^{41} & R_{1-M}^{42} & R_{1-M}^{43} & R_{1-M}^{44} & R_{1-M}^{45} \\ R_0^{51} & R_0^{52} & R_0^{53} & R_0^{54} & R_0^{55} \\ R_{1-M}^{51} & R_{1-M}^{52} & R_{1-M}^{53} & R_{1-M}^{54} & R_{1-M}^{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^1 \\ a_{11}^2 \\ a_{11}^3 \\ a_{11}^4 \\ a_{11}^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_0^{11} \\ R_{1-M}^{11} \\ R_0^{21} \\ R_{1-M}^{21} \\ R_0^{31} \\ R_{1-M}^{31} \\ R_0^{41} \\ R_{1-M}^{41} \\ R_0^{51} \\ R_{1-M}^{51} \end{bmatrix} \quad (2)$$

(1) 式によると 次数Mを決定しなければいけない。これは亦三郎による F, P, E (final-prediction-error) により決定するとよい。(1) 式モデルの y_t^1 と実測 y_t^1 の差を $\eta_t^1 = y_t^1 - y_t^1$ とすると (3) で

$$J^1 = \sum_{t=1}^N (\eta_t^1)^2 / N \quad (4)$$

J¹ を定数とする。その可なり F, P, E (M) は (4) 式となる。

$$F.P.E(M) = \frac{N+M+1}{N-M-1} J^1 \quad \text{--- (4)}$$

M: データ数

3 適用例

本解析で柳田橋流量を日単位で6月, 7月, 8月, 9月, 10月と5ヶ月間のデータを用いて解析と予測を試みた。F.P.E(M)による次数の決定の結果を表-1に示す。これによるとM=4である。

しかしM=4, 5, 6とほとんど変化してゐない。モデル簡便を考へてM=4とする。

次にM=4としたパラメータを表-2に示す。

$(a_1'' \sim a_4'')$	0.323, 0.120, 0.173, 0.042
$(a_1^{12} \sim a_4^{12})$	0.178, -0.063, -0.055, -0.013
$(a_1^{13} \sim a_4^{13})$	0.337, 0.021, 0.056, 0.048
$(a_1^{14} \sim a_4^{14})$	0.161, -0.076, -0.155, -0.092
$(a_1^{15} \sim a_4^{15})$	0.010, 0.078, 0.154, -0.064

$F.P.E(2) = 0.2834$
$F.P.E(3) = 0.2776$
$F.P.E(4) = 0.2725$
$F.P.E(5) = 0.2730$
$F.P.E(6) = 0.2732$
$F.P.E(7) = 0.2789$

表-1

表-2

6, 7, 8, 9, 10の各月を日単位で3ヶ年予測して, その月平均値と標準偏差を計算し, 実測値のそれと比較したものを図-1に示す。

日単位で予測したものを平均して月平均値とせば, 図-1から良好であることがわかる。日単位での予測では, ばらつきが大きいので1日, 1日の予測では必ずしも一致しないが, この様に月平均値にするとこのモデルも妥当であると考えられる。

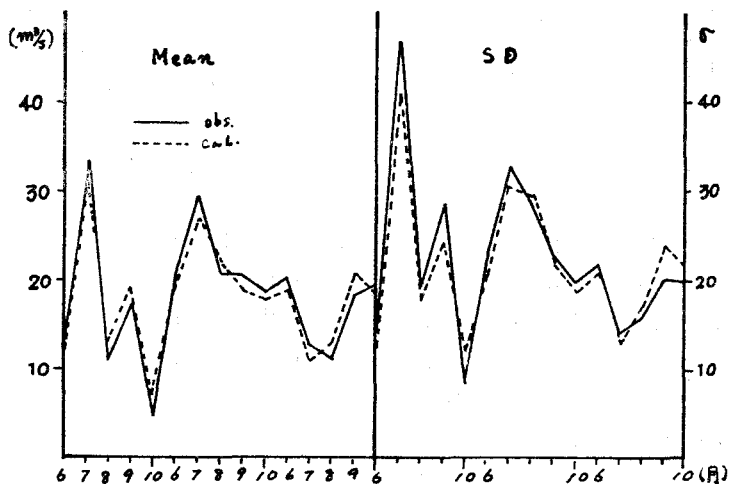


図-1

参考文献

- 得井英勝; 環境汚染予測モデルと環境計画, 自動制御技術
得井, 福田, 清水; 大気汚染データの予測に関する研究
中川, 赤池; システムの統計解析と制御, サイエンス社