

秋田大学 正 薄木 征三
秋田大学 正 塚 農 知徳

1. 諸言 薄肉断面部材の有限変位理論に関する研究は、部材の座屈問題に関連して発展してきた。特に最近のはりトアーチの横座屈に関して、座屈直前の変位を考慮すると従来の座屈荷重と相当の差異が生ずることが明らかにされつつある。このような座屈問題を包含有限変位解析の基礎となるのは、底カーびずみ関係を含めた棒部材としての変位場の設定にある。本報告では薄肉断面曲線材の大きなゆれを 対象とし、棒部材の仮定を適用して変位場を定め、曲線けたの有限変位解析を剛性法によって行つて見た。

2. 解析法 概要は以下のようである。

(i) 薄肉シェルのびずみ-変位関係式を基礎式とする。この時 図-1 の部材軸方向変位 w の x, y, θ または s, n, θ に関する微係数は小さい(びずみのオーダー以下)として、これらの微係数の2次の項を無視する。

(ii) 上のびずみ-変位関係式に、棒部材の仮定、すなわち横断面形不変の仮定とせん断びずみに関するベルヌーイ・オイラーの仮定を適用する。これにより横断面内の任意な点 $P(x, y)$ の変位は、 (x, y) 座標の原点を通る部材軸線の変位 u_0, v_0, w_0 およびゆれ角 φ で表わされる。すなわち変位場は

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 - y \sin \varphi - x(1 - \cos \varphi), & v &= v_0 + x \sin \varphi - y(1 - \cos \varphi) \\ w &= w_0 - y \{ (v_0' + w_0'/R) \cos \varphi - u_0' \sin \varphi \} - x \{ u_0' \cos \varphi + (v_0' + w_0'/R) \sin \varphi \} \\ &\quad - w(s, n) \{ \varphi' - u_0' \cos \varphi / R - (v_0' + w_0'/R) \sin \varphi / R \} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで $w(s, n)$ は 4 変関数で基本的には微小変位理論と同じもの。' は $R\theta$ に関する微分。

(iii) 上式を用いると直びずみ ϵ_θ とせん断びずみ γ_s も u_0, v_0, w_0 および φ で表わされる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_\theta &= f(x, y, u_0, v_0, w_0, \sin \varphi, \cos \varphi) \\ \gamma_s &= g(x, y, u_0, v_0, w_0, \sin \varphi, \cos \varphi) \end{aligned} \right\} (2)$$

の形になる。

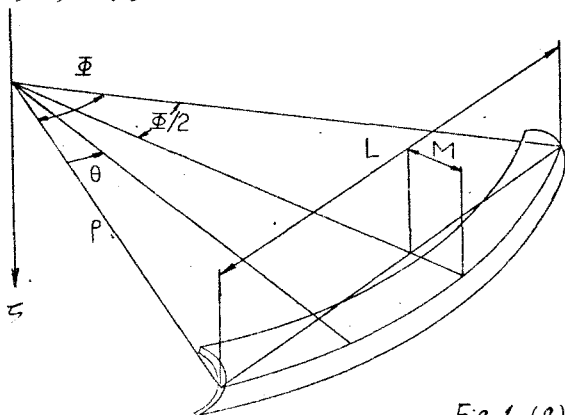


Fig. 1 (a)

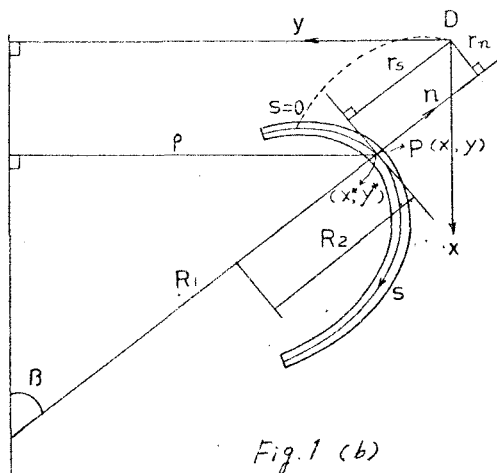


Fig. 1 (b)

(iv) 増分理論を用いて荷重増分—変位増分の関係を導く。この時荷重増分を与える直前の状態 (Q_n 状態とする) の変位の2次項まで考慮する。その際には式(1)の変位場と(2)の境界場で、 $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ をテイラー展開して曲線の変位 u_0 , v_0 , w_0 および φ , およびこれらの増分係数の積の3次まで考慮する。

(v) 剛性法を適用する。曲線要素 $i-j$ の変位を θ の3次式で近似する。つぎに節点変位増分—節点力増分関係を導く。それは

$$([K] + [K_0] + [K_G])\{\delta\} = \{F\} - \{R\} \quad (3)$$

の形になる。ここで $[K_0]$, $[K_G]$ はそれぞれ初期応力マトリックス, 初期応力マトリックスであり Q_n 状態の節点変位 $\{\delta^0\}$ の2次式。 $\{R\}$ は残差ベクトル。節点変位 $\{\delta\}$ は

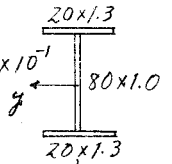
$$\{\delta\}^T = [v^i, w^i, \phi_x^i, \epsilon_z^i, u^i, \varphi^i, \phi_y^i, \psi_z^i, v^j, w^j, \phi_x^j, \epsilon_z^j, u^j, \varphi^j, \phi_y^j, \psi_z^j] \quad (4)$$

である。 $v^i, w^i, \phi_x^i, \epsilon_z^i, u^i, \varphi^i, \phi_y^i, \psi_z^i$ はそれぞれ節点 i での $v, w, \phi_x = v_0' + w_0'/R, \epsilon_z = w_0' - v_0'/R, u_0, \varphi, \phi_y = u_0', \psi_z = \varphi' - u_0'/R$ の値である。

3 解析例 右図のような断面の片持ち曲線けたの自由端に集中荷重が作用したときの荷重 P とねじれ角 φ の関係を下图に示す。計算には必要な無次元量は

$$\frac{EC_w}{EJ_y l^2} = 0.3627 \times 10^{-4}, \quad \frac{GJ_T}{EJ_y} = 0.1879 \times 10^{-3}, \quad \frac{ET_p}{EJ_y} = 1.0135, \quad \frac{J_x}{J_y} = 0.1353 \times 10^{-1}$$

$$\frac{EF l^2}{ET_x} = 0.4511 \times 10^5, \quad \frac{ET_x}{EJ_y l^2} = 0.2521 \times 10^{-2}$$



である。ここで $J_p = \int_{Fp} \{y^2 + (x - w/R)^2\} dF$, $J_T = \int_{FT} \{y^2 + (x - w/R)^2\} dF$ である。図中の縦軸の $l^2 P / EJ_y$ の l は要素の長さで、はりを10等分割しているから $l = 7.71 \text{ cm}$, $\tilde{P}_{cr} = l^2 P / EJ_y$ は直線材の固有値問題として得られる横座屈荷重である。

